

Tilman Hoefelmayr

Statistische Qualitätskontrolle
bei komplexen Stoffumwandlungsprozessen
dargestellt am Beispiel der Molkereiwirtschaft

1971

STATISTISCHE QUALITÄTSKONTROLLE
BEI KOMPLEXEN STOFFUMWANDLUNGSPROZESSEN
- dargestellt am Beispiel der Molkereiwirtschaft

Inaugural - Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Wirtschaftswissenschaft
durch den
Fachbereich Wirtschafts- und Sozialwissenschaften
der Westfälischen Wilhelms-Universität zu Münster

vorgelegt von
Dipl.-Kfm. Tilman Hoefelmayr
aus Kempten

1971



Erster Berichterstatter: Prof. Dr. J. Bleymüller

Zweiter Berichterstatter: Prof. Dr. H. Gülicher

Dekan: Prof. Dr. J. Bleymüller

Tag der mündlichen Prüfung: 6. Mai 1971

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1 EINFÜHRUNG	1
2 DIE SPEZIFISCHEN QUALITÄTSPROBLEME DER UNTERSUCHTEN PRODUKTION	21
2.1 Die wichtigsten Phasen der Camembert- und Brie- käseproduktion	22
2.2 Die zu untersuchenden Produktmerkmale	30
2.3 Die Haupteinflußkomplexe der Produktvariabi- lität	33
3 ANALYSE DES SCHWANKUNGSEINFLUSSES "AUSFÜLLPROZESS"	39
3.1 Varianzanalyse des Ausfüllverfahrens I	40
3.2 Varianzanalyse des Ausfüllverfahrens II	64
3.3 FOURIER-Analyse des Ausfüllverfahrens III	71
4 ANALYSE DES SCHWANKUNGSEINFLUSSES "TROCKNUNG"	87
4.1 Der Trocknungsverlust innerhalb einer Tages- produktion	87
4.2 Kovarianzanalyse der Einflüsse des Rohkäsege- wichtes und der Trocknungsintensität auf den Trocknungsverlust	92
4.3 Untersuchungen der Zeitstabilität der Gesamt- streuung einer Tagesproduktion	111
5 ANALYSE DER VARIABILITÄT DER ROHSTOFFAUSBEUTE	119
5.1 Untersuchung der gegenwärtigen Situation	119
5.2 Ermittlung einer Methode zur Vorausschätzung der Milchergiebigkeit	125
5.3 Entwicklung einer Rohstoffeinsatzformel auf Basis der Analysenmethode III	136
6 ANALYSE DER VARIABILITÄT DES KÄSESÄUREGRADES	147
6.1 Qualität, Reifung, Säuregrad	147
6.2 Multiple Analyse der Zusammenhänge zwischen Käsesäuregrad und möglichen Einflußfaktoren	149

	Seite
7 RESÜMEE	179
7.1 Qualitätskontrolle und Stoffumwandlungs- prozesse	179
7.2 Die wesentlichen Punkte der Prozeßanalyse . .	180
7.3 Das wirtschaftliche Ergebnis	187
SYMBOLVERZEICHNIS	191
LITERATURVERZEICHNIS	193

1 EINFÜHRUNG

Die erste wissenschaftliche Abhandlung über Qualitätskontrolle im modernen Sinne dürfte der am 28. April 1922 von K. DAEVES vor dem Werkstoffausschuß des Vereins Deutscher Eisenhüttenleute gehaltene Vortrag "Anwendung statistischer Unterlagen für Betriebsüberwachung und Forschung" sein.¹⁾ W.A. SHEWHARTs²⁾ Entwurf der ersten Kontrollkarte, die zu einem der wichtigsten Werkzeuge der Statistischen Qualitätskontrolle werden sollte, entstand 1924. Bald folgten die Veröffentlichungen von H.F. DODGE und H.F. ROMIG, die Grundlegendes auf dem Gebiet der statistischen Prüfpläne leisteten.³⁾ Doch trotz großen persönlichen Einsatzes der Pioniere der Statistischen Qualitätskontrolle und trotz verschiedentlichter Publikationen in der industriellen Fachpresse gab es Ende der 30-er Jahre in USA und Deutschland zusammen wohl kaum mehr als zwei Dutzend Betriebe, in denen die Statistische Qualitätskontrolle tatsächlich zum Einsatz kam. Den Grund für die anfänglich geringe Resonanz der Statistischen Qualitätskontrolle in der Industrie sah man insbesondere in

-
- 1) Abgedruckt in: Stahl und Eisen, Bd. 43, April 1923, S. 462-466. Vgl. auch DAEVES, K.: The Utilization of Statistics; in: Testing, Vol. 1, March 1924, S. 173-189.
 - 2) Vgl. SHEWHART, W.A.: Finding Causes of Quality Variations; in: Manufacturing Industries, Feb. 1926, S. 125-128 und: Quality Control Charts; in: Bell System Technical Journal, Oct. 1926, S. 593-603.
 - 3) Vgl. DODGE, H.F.: Using Inspection Data to Control Quality; in: Manufacturing Industries, Vol. 16 (1928), S. 517-519, 613-615; und DODGE, H.G./ROMIG, H.G.: Statistical Aspects of Sampling Inspection Plans; in: Mechanical Engineering, Oct. 1935, S. 645-646.

der tiefsitzenden Überzeugung der damaligen Produktionsingenieure, daß ihre Hauptfunktion die wäre, die technischen Methoden so zu verbessern, daß keine nennenswerten Qualitätsschwankungen mehr übrig bleiben, und daß jedenfalls die Zufallsgesetze keinen richtigen Platz unter den "wissenschaftlichen" Produktionsmethoden haben könnten.¹⁾ Der Durchbruch vollzog sich erst im zweiten Weltkrieg, als man die Statistische Qualitätskontrolle in den angelsächsischen Ländern als bedeutsamen Faktor zur Verbesserung der Kriegsproduktion erkannte und ihre Entwicklung und Anwendung - großenteils geheim - vorantrieb.

Die Hauptanwendungsbereiche der Statistischen Qualitätskontrolle lagen bisher in der metallverarbeitenden-, der Elektro- und der Textilindustrie. Begründet auf die speziellen Qualitätsprobleme dieser Industriezweige konzentrierte sich die Entwicklung der Statistischen Qualitätskontrolle in der Vergangenheit hauptsächlich auf den weiteren Ausbau und die Perfektionierung der Kontrollkartentechnik und der statistischen Prüfpläne. Dagegen schenkte man der zweckmäßigen Anpassung und Abstimmung der statistischen Methodologie an die Verhältnisse und Probleme anderer industrieller Bereiche nur wenig Aufmerksamkeit.²⁾ Diese einseitige Entwicklung der Methoden der Statistischen Qualitätskontrolle führte schließlich zu dem oft vertretenen Standpunkt, daß ihr Einsatz grundsätzlich nur für ganz bestimmte Produktionsarten, nämlich die sogenannten *F o r m g e b u n g s p r o z e s s e*, in denen lediglich Formveränderungen (meist mit Hilfe mechanischer Produktionsverfahren) vorgenommen werden, geeignet seien. Bei *S t o f f u m w a n d l u n g s p r o z e s s e n*, also bei substanzverändernden Prozessen,

1) Siehe FREEMAN, H.A.: Statistical Methods for Quality Control; in: Mechanical Engineering, April 1937, S. 261.

2) Vgl. JURAN, J.M.: Goals for Quality Management in the Next Decade; in: Industrial Quality Control, May 1962, S. 9-15.

hingegen sei die Anwendung statistischer Kontrollmethoden wegen der komplexeren Produktionsbedingungen wenig sinnvoll und kaum erfolgversprechend.

Da die Stoffumwandlungsprozesse in der Industrie aber eine laufend wichtiger werdende Rolle spielen¹⁾ und zudem ihrer Komplexität wegen schwer zu beherrschen sind, wäre gerade hier eine wirksame Qualitätskontrolle besonders angezeigt. In der vorliegenden Arbeit soll deshalb der Versuch unternommen werden, die Anwendungsmöglichkeiten der Statistischen Qualitätskontrolle auf komplexe Stoffumwandlungsprozesse auszuweiten.

Generell beinhaltet der Begriff *Q u a l i t ä t* eine mehr oder weniger subjektive Vorstellung über die allgemeine Vollkommenheit einer Sache.²⁾ Dieser komplexe Wertbegriff kann für den Erzeuger oder Verkäufer einer Ware jedoch lediglich eine abstrakte, nicht-operationale Zielgröße³⁾ darstellen. Es bedarf daher einer Konkretisierung

-
- 1) Die Stoffumwandlungsprozesse bilden nicht nur die Basis der chemisch-pharmazeutischen, petrochemischen und metallurgischen Industrie, sondern sind auch entscheidend beteiligt bei der Herstellung von Produkten wie Glas, Zellstoff, Gummi, Leder, Bier, Wein, Milcherzeugnisse u.v.a. (vgl. GÄLWEILER, A.: Produktionskosten und Produktionsgeschwindigkeit, Verlag Gabler, Wiesbaden 1960, S. 131f.
 - 2) Vgl. GRANT, E.L./BELL, L.F.: Some Economic Aspects of Quality Standards; in: Annual Convention Transactions, 14-th Annual Convention of the American Society for Quality Control, Cleveland Ohio, Edwards Brothers Inc., Ann Arbor Michigan 1960, S. 231-236.
 - 3) Operationale Ziele sind "Handlungsziele". Sie ermöglichen dem Entscheidungsträger eine Realisierung der Zielvorstellung durch praktisches Handeln und eine Kontrolle der Zielerreichung. (Vgl. dazu: HEINEN, E.: Betriebswirtschaftliche Kostenlehre, Bd. I, 2. Aufl., Verlag Gabler, Wiesbaden 1965, S. 32f.; vgl. SIMON, H.A.: Administrative Behavior, 2nd ed., The Macmillan Comp., New York 1959, S. XXXVI; vgl. MARCH, J.G./SIMON, H.A.: Organizations, John Wiley & Sons Inc., New York 1958, S. 42.)

des Inhalts des Qualitätsbegriffs durch bestimmte Merkmale. Dabei kann Qualitätsmerkmal praktisch jede Produkteigenschaft sein, die klar definierbar ist, die mehr als eine Ausprägung hat und deren Ausprägungen nach objektiven (oder objektivierten)¹⁾ Maßstäben unterschieden und in eine Skala eingeordnet werden können. Welche Charakteristika aus der Vielzahl von Produkteigenschaften im konkreten Fall als Qualitätsmerkmale zu betrachten sind, welches Gewicht ihnen im einzelnen beizumessen ist und welche Ausprägungen sie annehmen sollen, muß im Hinblick auf den Verwendungszweck des betrachteten Produktes und zwar unter Berücksichtigung sämtlicher relevanten Faktoren - einschließlich der Kosten - entschieden werden.²⁾ Damit kommen wir zu einem Qualitätsbegriff, den man in Anlehnung an A.V. FEIGENBAUM³⁾ definieren kann als Gesamtheit aller konstruktiven und ausführungsmäßigen Charakteristika eines Gutes, die den Grad bestimmen, zu welchem es unter Gebrauchsbedingungen den Erwartungen des Kunden entspricht. In dieser Definition sind bereits die beiden Qualitätskomponenten "Qualität des Entwurfes" und "Qualität der Ausführung"⁴⁾ angesprochen.

-
- 1) Ein objektivierter Maßstab kann z. B. das Ergebnis einer Meinungsumfrage sein.
 - 2) Vgl. GRANT, E.L./BELL, L.F.: a.a.O.; vgl. o.V.: Begriffserläuterungen; in: Qualitätskontrolle, November 1963, S. 134-140.
 - 3) Siehe FEIGENBAUM, A.V.: Total Quality Control, Mc Graw-Hill Inc., New York 1961, S. 12.
 - 4) Eine derartige Aufteilung nahm erstmals W.A. SHEWHART 1934 vor; er umschrieb diese beiden Schichten damals - allerdings mehr unter dem Gesichtspunkt der Festlegung von Qualitätsstandard - mit dem Begriffspaar "design specifications" und "acceptance specifications" (SHEWHART, W.A.: Some Aspects of Quality Control; in: Mechanical Engineering, Dec. 1934, S. 725-730.) Als weitere Qualitätsschicht wäre z. B. die "Qualität des Service" denkbar, welche etwa bei gehobenen Gebrauchsgütern eine bedeutende Rolle spielt (Beispiel: Volkswagen).

Der erste Begriff sei an einem Beispiel erläutert: Eine LEICA und eine Box-Kamera haben die gleiche Aufgabe, nämlich die Herstellung photographischer Aufnahmen, aber eine sehr unterschiedliche "Qualität des Entwurfs" hinsichtlich der Schärfefleistung, der Lichtstärke, der Universalität, des Bedienungskomforts, der Prestigewirkung etc.. An diese Seite des Qualitätsbegriffs denkt man wohl zunächst, wenn von Qualität oder von Qualitätsunterschieden die Rede ist. Solche Verschiedenheiten der "Qualität des Entwurfs",¹⁾ die sich auch in unterschiedlichen Preisen ausdrücken, sind beabsichtigt und von der Marketing-, Entwicklungs- und Konstruktionsabteilung unter Mitwirkung des Produktionsingenieurs und des Kalkulators bewußt festgelegt,²⁾ um höheren oder geringeren Qualitätsansprüchen der Kunden zu genügen. Dabei kann z. B. die einfachere "Qualität des Entwurfs" durchaus als die bessere angesehen werden, wenn ihr Preis-Nutzen-Verhältnis günstiger erscheint als das der höheren "Qualität des Entwurfs".³⁾

Wenn von Qualitäts k o n t r o l l e die Rede ist, geht es primär um die zweite Komponente des Qualitätsbegriffs, nämlich die "Qualität der Ausführung".⁴⁾ Darunter versteht

1) Entwurf steht hier als Synonym für Konzeption, Bauplan, Muster, Prototyp, Konstruktion, chemische Formel, Rezept etc..

2) Vgl. hierzu STANGE, K.: Statistische Verfahren im Betrieb zur Überwachung, Prüfung und Verbesserung der Qualität; in: Allgemeines Statistisches Archiv, Bd. 49, 1965, S. 14-16, insbes. S. 42ff.

3) Vgl. z. B. GOUBEAUD, F.: Qualitätsbewertung - Steuerung - Sicherung; in: Qualitätskontrolle, März 1964, S. 23-28.

4) Nach der Terminologie der Deutschen Industrie-Norm (DIN) wird die "Qualität der Ausführung" als "Gütegrad" bezeichnet.

man die mehr oder weniger gute Übereinstimmung zwischen den relevanten Einzelheiten des Entwurfes (= Soll) und der tatsächlichen Ausführung des einzelnen Erzeugnisses (= Ist). Im Gegensatz zur "Qualität des Entwurfes" sind hier Unterschiede nicht geplant und aus technischen und/oder wirtschaftlichen Gründen sogar unerwünscht. Da aber das Ideal eines den Sollwerten völlig exakt entsprechenden Produkts unerreichbar ist, muß die "Qualität der Ausführung" grundsätzlich unter Kontrolle gehalten werden, wenn die auftretenden individuellen Soll-Ist-Differenzen der Erzeugnisse im Rahmen des im Entwurf vorgeschriebenen Qualitätsniveaus (Toleranzgrenzen bzw. zulässige Fehlerzahlen) bleiben sollen.

Die nächstliegende Art der Qualitätskontrolle ist die Prüfung der Erzeugnisse nach ihrer Fertigstellung, also bevor sie die Abteilung, die Werkstatt oder die Fabrik verlassen. Diese sogenannte Abnahmeprüfung, die eine Filterfunktion vornehmlich im Warenverkehr zwischen Hersteller und Abnehmer ausübt,¹⁾ hat jedoch im Hinblick auf den Produzenten den entscheidenden Nachteil, daß Mängel erst nach Fertigstellung der Erzeugnisse festgestellt werden können. Fehler sind deshalb in vielen Fällen nicht mehr korrigierbar.²⁾ Die Qualitätskontrolle der Endprodukte wird deshalb immer mehr durch eine umfassende Analyse, Überwachung und Regelung des Produktionsprozesses ergänzt oder ersetzt. Bei dieser Art der Qualitätskontrolle, um die es in der vorliegenden Arbeit ausschließlich geht, steht also nicht mehr die Funktion des Prüfens (inspection function) im Vordergrund, sondern man ist bestrebt, mit Hilfe einer tiefgreifenden kontroll-

1) Vgl. auch: HÄHNE, G.: Statistische Qualitätskontrolle - neue Geräte für ihre Durchführung; in: Qualitätskontrolle, März 1966, S. 29-31.

2) Vgl. SMITH, B.E.: The Economics of Sampling Inspection; in: Industrial Quality Control, March 1965, S. 453-458.

mäßigen Durchdringung des gesamten Produktionsprozesses diesen besser in den Griff zu bekommen (control function).¹⁾

Grundsätzliche Voraussetzung für die Anwendung statistischer Methoden ist das Vorhandensein einer s t a t i - s t i s c h e n G r u n d g e s a m t h e i t .²⁾ Darunter versteht man eine Menge von Elementen, also von Dingen, Erscheinungen, Beobachtungen oder Vorgängen, die hinsichtlich bestimmter, vom Untersuchungsziel her definierter Merkmale gleichartig sind. Statistische Gesamtheiten im Rahmen der Statistischen Qualitätskontrolle können beispielsweise sein: eine geschlossene Erzeugnispartie, die aus einem bestimmten Produktionsprozeß hervorgegangen ist; die Wiederholungen eines bestimmten Arbeitsvorganges, den ein Arbeiter, eine Gruppe, oder eine Maschine innerhalb einer Woche ausführt; alle denkbaren Proben, die aus dem Milchtank gezogen werden können. Es handelt sich dabei also um eine zeitlich, örtlich und sachlich abgegrenzte Menge von Elementen, die einem bestimmten, mehr oder weniger konstanten System von Einflußfaktoren entspringen.

Da es eine völlige Konstanz der Wirkungen der einzelnen Faktoren eines solchen Einflußsystems nicht gibt, streuen die Merkmalsausprägungen jeder statistischen Gesamtheit mit einer diese charakterisierenden Häufigkeitsverteilung. Eine solche e m p i r i s c h e H ä u f i g k e i t s - v e r t e i l u n g eines technischen Merkmals läßt sich

1) Vgl. STRAUCH, H.: Kontrolle der Qualitätskosten; in: Qualitätskontrolle, Juni 1964, S. 72-73.

2) Andere Ausdrücke dafür sind: statistische Masse, Grundgesamtheit, Ausgangsgesamtheit, Untersuchungsgesamtheit, Kollektivgegenstand. Im Englischen werden die Bezeichnungen universe und population gebraucht.

meist mit genügender Genauigkeit durch eine geeignete theoretische Verteilung approximieren, die durch ein Verteilungsgesetz und wenige Parameter mathematisch darstellbar ist. Als wichtigste theoretische Verteilungen bei qualitativen Merkmalen (insbesondere Fehlerzahlen und Ausschußanteile) wären die BERNOULLIsche (= Binomial-)Verteilung und die POISSON-Verteilung zu nennen, die vor allem bei der statistischen Abnahmeprüfung eine große Rolle spielen. Bei quantitativen technischen Merkmalen, mit denen wir uns in der vorliegenden Arbeit ausschließlich zu beschäftigen haben, steht die (stetige und symmetrische) Normalverteilung im Vordergrund.

Eine Normalverteilung kommt durch das additive Zusammenwirken einer theoretisch unendlich großen Anzahl voneinander unabhängiger, stochastischer Ursachen zustande, wobei jede für sich relativ kleine und etwa gleichwertige Veränderungseinflüsse auf das Merkmal ausüben.¹⁾ Wenn auch die Bedingungen für das Entstehen einer Normalverteilung in Produktionsprozessen

1) Für die Verwirklichung einer strengen GAUSS-Verteilung müssen weiterhin die Anzahl der zur Verteilung kommenden Elemente N unendlich groß sein und die Einwirkungskraft eines ändernden Einflusses, die sogenannte Grundwahrscheinlichkeit für seine Wirksamkeit, einen festen Wert $\geq 0\%$ und $\leq 100\%$ - meist 50% - besitzen. Im Gegensatz dazu wird bei der (diskreten und unsymmetrischen) POISSON-Verteilung, die ansonsten ähnliche Entstehungsbedingungen wie die Normalverteilung hat, eine nur sehr kleine Grundwahrscheinlichkeit für das Auftreten von verändernden Einflüssen bzw. eine sehr kleine Einwirkungswucht unterstellt (siehe KERN, W.: Wirtschaftliche Fertigungsüberwachung durch statistische Qualitätskontrollen; in: Zeitschrift für Handelswissenschaftliche Forschung, 13. Jahrg. 1961, S. 269-286, insb. S. 276f.).

sehr häufig annähernd erfüllt sind,¹⁾ so besagt das noch keineswegs, daß neben dem Komplex vieler, kleiner, zufälliger, undefinierbarer Störfaktoren, welche die sogenannten "natürliche" oder zufallsabhängige (normalverteilte) Streuung der Produktion bedingen, nicht auch einzelne dominierende Schwankungs- und Abweichungsursachen im Fertigungsprozeß wirken können. Ist dies der Fall, so setzt sich die empirische Häufigkeitsverteilung sozusagen aus mehreren überlagerten Normalverteilungen mit verschiedenen Parametern zusammen, womit die Gesamtstreuung des Produktionsprozesses über das "natürliche" Maß hinaus anwächst.

Die statistischen Verfahren der Qualitätskontrolle bieten nun aufgrund ihrer wahrscheinlichkeitstheoretischen Grundlage die Möglichkeit, denjenigen Teil der gesamten Produktionsvariabilität, der auf einzelne dominierende Einflußgrößen zurückgeht, mit einem bestimmten, abschätzbaren Fehlerrisiko aus dem Komplex der zufallsabhängigen Streuung formal auszusondern. Damit ist die Voraussetzung für die Entdeckung derjenigen Schwankungseinflußgrößen und Schwachstellen gegeben, deren Bekämpfung oder Ausschaltung wünschenswert und erfolgversprechend ist.²⁾

1) Die Erkenntnis, daß auch die Häufigkeitsverteilung der Eigenschaften technischer Erzeugnisse der Gesetzmäßigkeit der GAUSS-Verteilung unterliegt, ist noch nicht sehr alt und geht auf K. DAEVES zurück. Bis dahin vertrat man allgemein die Ansicht, daß die Normalverteilung nur für gewachsene Dinge - wie in der Medizin und Biologie - nicht jedoch für menschengefertigte Gegenstände gelten würde (siehe STRAUCH, H.: Dr.-Ing. Karl Daeves 70 Jahre alt; in: Qualitätskontrolle, April 1963, S. 40-42).

2) In der angelsächsischen Literatur werden diese als "vital few" (= die wenigen entscheidenden Faktoren) bezeichnet (siehe B. REYNOLDS, E.A.: Starting Improved Quality Control; in: Industrial Quality Control, Jan. 1966, S. 336-340).

Für die "natürliche" Streuung einer Produktion gibt es keine absolute Norm. Je weiter man nämlich den Produktionsprozeß kontrollmäßig aufspaltet und je feiner man die Messungen durchführt, desto mehr einzelne Schwankungseinflußgrößen können hinsichtlich ihrer Wirkung isoliert erfaßt und damit aus dem Komplex der undefinierbaren zufälligen Einflüsse herausgelöst werden. Theoretisch könnte man den Schwankungseinfluß jedes elementaren Kombinationsprozesses getrennt darstellen und unter Kontrolle halten, womit die "natürliche" Streuung des Gesamtprozesses gegen null, die Kosten für die Beherrschung aber gegen unendlich streben würden. Als "natürlich" bezeichnet man eine Streuung dann, wenn sie aus einer Reihe von Ursachen resultiert, von denen jede für sich nur eine kleine Wirkung nach dieser oder jener Seite hervorbringt und deren Wirkungen im einzelnen sich der Einsicht des Beobachters gewollt oder ungewollt entziehen. Hier geht es also um Schwankungsursachen, die im Hinblick auf das vorgeschriebene Qualitätsniveau unerheblich sind, die sich nach dem Stand der Technik nicht beseitigen lassen oder deren Eliminierung wirtschaftlich nicht vertretbar ist.

Das Ziel der Statistischen Qualitätskontrolle ist nicht etwa die Minimierung der Streuung eines Produktionsprozesses.¹⁾ Dieser soll vielmehr bezüglich Mittelwert und Streuung so eingestellt und gehalten werden, daß die Kosten für die Prozeßbeherrschung zusammen mit den Kosten, die durch die Soll-Ist-Abweichungen des Produktes

1) Eine, das verlangte Qualitätsniveau übersteigende Ausführungsqualität, weist auf ein zu aufwendiges Produktions- oder Kontrollverfahren und damit in der Regel auf überhöhte Produktionskosten hin. Daher kann auch eine zu hohe Ausführungsqualität unerwünscht sein (vgl. GUTENBERG, E.: Die Produktion, 11. Aufl., Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1965, S. 76f.).

verursacht werden, ein Minimum ergeben.¹⁾

Die Ausgangsstoffe bei stoffumwandelnden Erzeugungsprozessen²⁾ sind in der Regel komplexe Substanzen (Stoffgemische). Diese bestehen aus mehreren in sich einheitlichen Bestandteilen, sogenannten chemischen Individuen oder chemischen Verbindungen, welche ihrerseits aus noch einfacheren Bausteinen, den chemischen Elementen, zusammengesetzt sind. Eine Stoffumwandlung kann durch Trennung oder Bildung von Stoffgemischen mit Hilfe physikalischer Operationen erfolgen, insbesondere mechanischer und thermischer Art. Solche Operationen sind etwa: Mischen, Fördern, Zerkleinern, Pressen, Schwingungsbehandeln und Kühlen, Verdampfen, Kondensieren, Schmelzen, Kristallisieren. Bei der physikalischen Stoffumwandlung verändern sich lediglich die physikalischen Eigenschaften des Stoffes, ohne gleichzeitige Veränderung der chemischen Verbindungen. Daneben steht - allerdings ohne von dieser eindeutig abgrenzbar zu sein - die chemische Stoffumwandlung, bei der eine Änderung der chemischen Verbindungen (Moleküle) durch Vereinigung von Elementen oder Umgruppierung, Trennung oder Vereinigung von Molekülen, Ionen, Komplexgruppen oder Atombestandteilen stattfindet.³⁾ Dabei können che-

1) Diesen Zustand bezeichnet W.A. SHEWHART treffend mit "Maximum Control" (vgl. STRAUCH, H.: Die Anwendung der statistischen Methode in der modernen wissenschaftlichen Betriebsführung; in: Qualitätskontrolle, Juli 1961, S. 72-77).

2) Vgl. GUTENBERG, E., a.a.O., S. 85ff.

3) Siehe RIEBEL, P.: Industrielle Erzeugungsverfahren in betriebswirtschaftlicher Sicht; in: Die Wirtschaftswissenschaften (Hrsg.: GUTENBERG, E.), Reihe A, Verlag Gabler, Wiesbaden 1963, S. 30ff.

mische Stoffumwandlungen nicht nur auf rein chemischen Reaktionen beruhen, sondern auch auf b i o c h e m i s c h e n Vorgängen. Bei diesen werden chemische Reaktionen durch lebende Mikroorganismen (z. B. Hefen, Bakterien) oder durch Enzyme, die aus pflanzlichen oder tierischen Zellen stammen, eingeleitet und gesteuert.¹⁾

Je weiter man von den mechanischen Produktionsverfahren, die bei Formgebungsprozessen dominieren, in Richtung auf chemische und biologische Umwandlungsverfahren fortschreitet, desto stärker wird tendenziell die Bindung der Verfahren an die Naturgesetzmäßigkeiten und die Naturgegebenheiten.²⁾ Im Bereich der m e c h a n i s c h e n F o r m g e b u n g s t e c h n o l o g i e (zu der neben Verfahren wie Hobeln, Schneiden, Sägen, Bohren, Drehen, Fräsen etc. üblicherweise auch die Verfahren des Zusammenbaues gezählt werden) wendet man zwar einzelne Naturgesetze an, kann diese jedoch als Einzelelemente mit einer fast an Willkür grenzenden Freiheit zu einem der Problemstellung adäquaten Programm kombinieren. Man hat dabei insbesondere die Möglichkeit, den Gesamtprozeß in beliebig viele Produktionsphasen zu zerlegen, die einzeln relativ leicht beherrscht werden können. Das Wesen von c h e m i s c h e n S t o f f u m w a n d l u n g s v e r f a h r e n hingegen besteht nach H.H. FRANCK³⁾ darin, daß man einen naturgesetzlich determinierten Vor-

1) Vgl. BRÖTZ, W.: Grundriß der chemischen Reaktionstechnik, Beltz, Weinheim/Bergstr. 1958, S. 280.

2) Vgl. HENGLEIN, F.A.: Grundriß der chemischen Technik, 5. Aufl., Beltz, Weinheim/Bergstr. 1949, S. 264; vgl. auch RIEBEL, P.: Mechanisch-technologische und chemisch-technologische Industrien in ihren betriebswirtschaftlichen Eigenarten; in: Zeitschrift für Handelswissenschaftliche Forschung, 6. Jahrg. 1954, S. 413-431.

3) Siehe FRANCK, H.H.: Chemische Verfahrenstypen und ihre Apparatur; in: ACHEMA-Jahrbuch 1926/27, S. 136.

gang, dessen Bedingungen (Temperatur, Druck, Verweilzeit etc.) "empirisch oder wissenschaftlich" ermittelt worden sind, in sich ablaufen läßt (A u t o m a t i e chemischer Prozesse). Sind die für die chemischen Reaktionen nötigen Voraussetzungen erst einmal geschaffen und ist die Reaktion eingeleitet, dann reagieren die Ausgangsstoffe ohne jedes weitere Zutun von selbst, "wie von innerer Kraft getrieben" (A u t o n o m i e chemischer Prozesse). Bei den chemischen, und noch stärker ausgeprägt bei den biochemischen Verfahren bilden die Reaktionsabläufe von einem stabilen Ausgangszustand bis zum nächsten stabilen Zustand geschlossene, nicht beliebig zerleg- oder unterbrechbare Produktionsabschnitte, in denen ein ganzer Komplex von mehr oder weniger simultan wirkenden Einflußfaktoren die Richtung des Produktionsablaufes bestimmt.¹⁾

Bei den mechanischen Formgebungsprozessen sind die Zusammenhänge zwischen Qualitätsschwankungen und den sie verursachenden Einflußgrößen meist so offensichtlich, daß bei wesentlichen Soll-Ist-Abweichungen unschwer sofort an der richtigen Stelle korrigierend eingegriffen werden kann (Nachlaufregelung). Bei stoffumwandelnden Prozessen hingegen sind die Kausalzusammenhänge zwischen Qualitätsschwankungen und den Einflußgrößen häufig nicht genau bekannt. Eine ins einzelne gehende A n a l y s e des G e s a m t p r o z e s s e s ist deshalb unabdingbare Voraussetzung für erfolgreiche Korrekturmaßnahmen. Das Hauptgewicht der Statistischen Qualitätskontrolle bei Stoffumwandlungsprozessen verlagert sich damit auf die Schwachstellenforschung und Einflußgrößenrechnung. Für den erfolgreichen Einsatz der Qualitätskontrolle erscheint deshalb eine profunde Kenntnis²⁾ der Eigenarten

1) Vgl. RIEBEL, P. (1963), a.a.O., S. 73.

2) A. HALD bezeichnet diese Kenntnis als "professional knowledge" (vgl. HALD, A.: Statistical Theory with Engineering Applications, 6. Aufl.; Wiley & Sons Inc., New York 1965, S. 559).

und Probleme des zu untersuchenden Produktionsprozesses unerlässlich.¹⁾

Die Analyse der Stoffumwandlungsprozesse stützt sich im wesentlichen auf experimentelle Verfahren. Die "klassische" experimentelle Technik, die fast nur bei Laborversuchen angewendet werden kann, versucht durch partielle Änderung einer Einflußgröße bei gleichzeitiger Konstanz aller übrigen Einflußfaktoren (Ceteris-paribus-Klausel) die Wirkung dieser untersuchten Einflußgröße auf die Zielgröße festzustellen. Abgesehen davon, daß in Abhängigkeit von der Zahl der Einflußgrößen der experimentelle Aufwand sehr groß und die Einhaltung der Ceteris-paribus-Klausel sehr schwierig werden kann, hat dieses Vorgehen den entscheidenden Nachteil, daß mögliche Wechselwirkungen zwischen den Einflußgrößen völlig unberücksichtigt bleiben. Außerdem stimmen die künstlich geschaffenen Voraussetzungen solcher Experimente oft nicht mit den betrieblichen Gegebenheiten überein. Beides kann zu erheblichen Verzerrungen der Aussage führen.

Aus all diesen Gründen gewinnt die "statistische Forschungswiese", bei der störende Einflüsse durch entsprechende Versuchsanordnung neutralisiert oder rechnerisch eliminiert werden können und daher nicht mehr tatsächlich ausgeschaltet werden müssen, auch in der Technik gegenüber dem klassischen Experiment immer mehr an Boden.²⁾ Insbesondere können mit Hilfe moderner

1) Der Übergang vom reinen "Fachspezialistentum" zum "Problemspezialistentum" spielt in vielen modernen Bereichen eine entscheidende Rolle, was sich insbesondere in der immer zunehmenden Bedeutung von Forschungsteams, deren Mitglieder verschiedenen Fachgebieten angehören, ausdrückt (vgl. z. B. FLECHTNER, H.-J.: Grundbegriffe der Kybernetik, 4. Aufl., Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft m.b.H., Stuttgart 1969, S. 4f.).

2) In Bereichen wie Medizin, Biologie, Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, bei denen die Ceteris-paribus-Klausel ohnehin nicht eingehalten werden kann, spielt die statistische Forschungsweise seit langem eine sehr bedeutsame Rolle.

multivariater statistischer Methoden alle erfaßbaren Einflußfaktoren, selbst wenn sie nicht beherrscht oder gar konstant gehalten werden können, auch als Faktorkombinationen bezüglich ihres Zusammenhanges mit der Zielgröße simultan in einem Experiment betrachtet werden.¹⁾ Solche Experimente werden in zunehmendem Maße in Form von sogenannten *B e t r i e b s v e r s u c h e n* durchgeführt. Das Datenmaterial bei derartigen Analysen besteht meist aus den Ergebnissen eines speziell geplanten Versuches (projektives Experiment), dessen Ablaufbedingungen vom Experimentator unter mehr oder weniger starke Kontrolle gebracht worden sind. Es kann sich beim Untersuchungsmaterial aber auch um normale betriebliche Routine-Aufschreibungen handeln. Diese besitzen bei entsprechend tiefgreifender statistischer Auswertung oft einen erstaunlich hohen zusätzlichen Informationsgehalt. Die Analyse eines so gearteten, meist umfangreichen Datenmaterials nennt man ein natürliches oder *Ex-post-facto-Experiment*,²⁾ weil hier keinerlei Manipulationen vorgenommen werden können, nachdem der Wirkungszusammenhang bereits vorliegt.

Sind die wesentlichen Schwachstellen und Schwankungseinflußgrößen sowie die Art und Stärke ihrer Wirkungen bestimmt, müssen sie - soweit sie nicht durch einmalige Verbesserungsmaßnahmen ausgeschaltet werden können - unter laufender Kontrolle gehalten werden. Hier, beim *o p e r a t i v e n* Teil der Qualitätskontrolle tauchen allerdings neue Probleme auf: Die geschlossenen Pro-

-
- 1) Siehe WEISS, H.: Planung, Durchführung und Auswertung balancierter Beobachtungsexperimente, Physica-Verlag, Würzburg 1969, S. 10.
 - 2) Siehe WEISS, H., a.a.O., S. 12; O. ANDERSON spricht in diesem Zusammenhang von der Statistik als einem "Surrogat des Experiments" (siehe ANDERSON, O.: Probleme der Statistischen Methodenlehre, 5. Aufl., Physica-Verlag, Würzburg 1965, S. 6, S. 230ff.).

duktionsabschnitte bei stoffumwandelnden Prozessen haben nämlich, insbesondere auch wegen des hier oft entscheidenden Produktionsfaktors Zeit, häufig diskontinuierliche (satz-, chargen- oder chargenserienweise) Produktionsverfahren induziert, die wegen der Unterschiede in den jeweiligen Startbedingungen einer laufenden rückkoppelnden Prozeßregelung größere Schwierigkeiten entgegensetzen als die (im Prinzip immer angestrebten) kontinuierlichen Verfahren.¹⁾ Da sich die Reaktionsabläufe in der Regel der unmittelbaren Beobachtung mit Hilfe der menschlichen Sinne entziehen, ist man bei der Datenerhebung auf mehr oder weniger aufwendige chemische Analysen oder physikalische Messungen angewiesen.²⁾ Der Zeitbedarf zwischen Probenahme und Analysenresultat ist hierbei häufig so groß, daß Korrekturmaßnahmen nur mit einem großen Timelag möglich sind. Dies führt manchmal - noch verstärkt durch lange Ansprechzeiten des Produktionsprozesses auf Korrekturmaßnahmen - zu einer Instabilität des Regelsystems,³⁾ die bei entsprechender Phasenverschiebung anstatt der angestrebten Dämpfung sogar ein Aufschaukeln

-
- 1) Vgl. dazu PASSMANN, W.: Korreferat zum Vortrag HÖLZ, R.: Die rationelle Meßwerteerfassung und -verarbeitung in der Praxis; in: Statistische Qualitätskontrolle, Mai 1962, S. 53-57.
 - 2) Vgl. DE FIGUEIREDO, M.: Total Quality Control in the Baking Industry; in: Technical Conference Transactions, Annual Convention of the American Society for Quality Control, New York New York 1966, S. 853-855.
 - 3) In der Regeltechnik wird ein Regelsystem als instabil bezeichnet, wenn es infolge einer Störeinwirkung etwas über den Sollwert hinausschießt, vom Regler zurückgeholt wird, den Sollwert abermals überschreitet, jetzt in entgegengesetzter Richtung und wieder zurückgeholt wird - und damit mehr oder weniger stark um den Sollwert herum pendelt oder "schwingt" (siehe FLECHTNER, H.-J., a.a.O., S. 42; vgl. auch RENSING, L.: Über Rhythmen in Biologie und Regeltechnik; in: Naturwissenschaft und Medizin, 5 (1968) Nr. 21, S. 37-43.

der Schwankungen bewirken kann. Um diese Probleme, die auch in Hinsicht auf die Mechanisierung oder Automatisierung des Produktionsprozesses von großer Bedeutung sind, besser in den Griff zu bekommen, muß man bei Stoffumwandlungsprozessen vielfach von der einfachen, z.B. mittels der Kontrollkartentechnik durchgeführten Nachlaufregelung auf andere Arten der Prozeßsteuerung übergehen. Hierbei kommen vor allem die Primärsteuerung und die starre Programmsteuerung in Betracht.

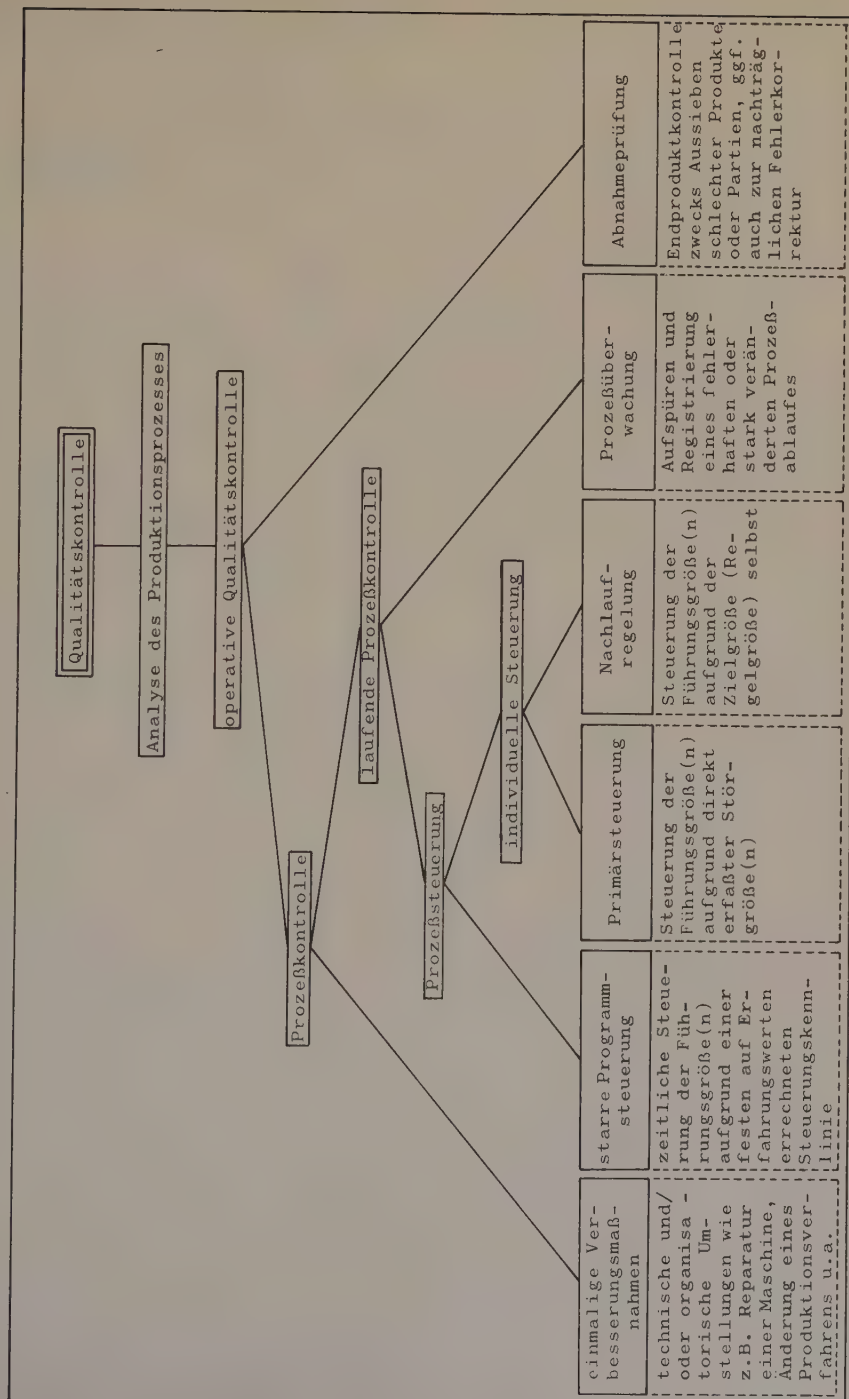
Die p r i m ä r e P r o z e ß s t e u e r u n g unterscheidet sich von der Nachlaufregelung darin, daß die zu steuernde Inputgröße (Führungsgröße) nicht aufgrund der festgestellten Soll-Ist-Abweichung des zuletzt erzeugten Outputs, also aufgrund der zu stabilisierenden Zielgröße (Regelgröße) selbst, sondern aufgrund gemessener ungewollter Variationen von Inputgrößen, d.h. aufgrund von d i - r e k t erfaßten Störgrößen, gesteuert wird. Bei einem solchen Vorgehen reicht - im Gegensatz zur Nachlaufregelung - eine einfache Plus-Minus-Regelung meist nicht mehr aus, denn es entfällt die Möglichkeit einer negativen Rückkopplung, also einer kontinuierlichen Neueinstellung der Führungsgröße anhand einer unmittelbaren, laufenden Beobachtung der Wirkungen, welche die aktuellen Störgrößen und die zuletzt vorgenommenen Steuerungsmaßnahmen auf die Zielgröße ausgeübt haben. Bei der Primärsteuerung muß daher sowohl Abweichungsrichtung als auch Abweichungsstärke der Störgröße(n) erfaßt und in entsprechende proportionale kompensatorische Veränderungen der Führungsgröße übersetzt werden (Proportionalsteuerung). Zum Zwecke dieser Übersetzung ist jedoch die genaue Kenntnis der Wirkungszusammenhänge erforderlich.

Bei der s t a r r e n P r o g r a m m s t e u e r u n g werden die Führungsgrößen ausschließlich nach Maßgabe des zeitlichen Fortschreitens des Prozesses kompensatorisch verändert und zwar anhand einer festen, aus Vergangenheitsdaten errechneten Steuerungskennlinie. Eine solche Steue-

rungsmethode, die sich weder an laufend gemessenen individuellen Schwankungen der Regelgröße noch der Störgrößen orientiert, setzt naturgemäß einen streng zeitabhängigen charakteristischen Verlauf der zu stabilisierenden Zielgröße voraus. Derartige Schwankungsverläufe lassen sich insbesondere bei Startphasen von stoffumwandelnden Prozessen beobachten.

Abschließend werden die verschiedenen in diesem Kapitel angesprochenen Funktionen der Qualitätskontrolle in einem allgemeinen, auch den Belangen von komplexen Stoffumwandlungsprozessen entsprechenden Funktionsschema systematisch zusammengestellt (Tabelle 1-1).

Tabelle 1-1: Allgemeines, auch den Belangen von komplexen Stoffumwandlungsprozessen entsprechendes Funktions-
schema der Qualitätskontrolle.



2 DIE SPEZIFISCHEN QUALITÄTSPROBLEME DER UNTERSUCHTEN PRODUKTION

"Every day's a new day in the Milk Business", mit diesen Worten apostrophiert S. HARRISON, Mitglied des Forschungslabors eines bedeutenden Nahrungsmittelkonzerns, die allgemeine Qualitätsproblematik bei der Milchverarbeitung.¹⁾ Das am schwierigsten herzustellende Milchprodukt ist der K ä s e²⁾, bei dessen Fertigung der Empirie und praktischen Erfahrung bis heute nur wenige gesicherte Erkenntnisse chemisch-physikalischer und mikrobiologischer Art zur Seite stehen.³⁾

-
- 1) HARRISON, S.: The use of Statistics in Food Processing; in: National Convention Transactions, Annual Convention of the American Society for Quality Control, Syracuse New York, S. 121-128.
Die milchverarbeitende Industrie umfaßt neben der Käse herstellenden Molkereiwirtschaft Milchhöfe (Trinkmilch, Milchmischgetränke, Joghurt, Sahne etc.), Dauermilchbetriebe (Milchpulver, Kondensmilch, Sterilmilch, Kindernährmittel etc.) und Butterwerke.
 - 2) Käse wird auch als Naturkäse bezeichnet zwecks klarer Unterscheidung zu Schmelzkäse, Käsezubereitung und Schmelzkäsezubereitung, die durch bestimmte Verfahren und/oder Zusätze umgearbeitete Naturkäse sind. Vgl. Käseverordnung vom 24. Juni 1965 (Bundesanzeiger Nr. 118 vom 30. Juni 1965) in der Fassung der Verordnung zur Änderung der Käseverordnung vom 7. September 1966 (Bundesanzeiger Nr. 182 vom 28. September 1966) § 1.
 - 3) Ähnliches gilt übrigens für viele Stoffumwandlungsprozesse insbesondere bei "Rezeptindustrien" wie Bierbrauerei, Seifensiederei, Färberei, Glasherstellung etc., wo die empirische Entwicklung und Produktion der genauen wissenschaftlichen Aufklärung der Reaktionen weit vorausgeeilt ist (siehe KÖLBEL, H.: Forschungsaufgabe in der Technischen Chemie; in: DECHEMA-Monographien, Bd. 38, Beltz, Weinheim/Bergstr. 1960, S. 370).

Aus der Sortenvielfalt der Käseproduktion - in der deutschen Käseverordnung sind allein 28 Standardsorten aufgeführt - wird für diese Untersuchung als spezielles Untersuchungsobjekt die C a m e m b e r t - u n d B r i e k ä s e p r o d u k t i o n ¹⁾ gewählt. Diese zählt einerseits zu den technologisch problemreichsten, andererseits zu den am weitesten industrialisierten Bereichen der Käseherstellung und ist damit im Hinblick auf die Weiterentwicklung der Produktions- und Verfahrenstechnik in der Milchverarbeitung führend.

2.1 Die wichtigsten Phasen der Camembert- und Brie Käseproduktion

Die angelieferte und im Labor untersuchte Milch (Bild 1 der Kurzdarstellung auf S.25) wird mittels einer Zentrifuge von Schmutzpartikeln befreit und in Fett einerseits und Magermilch andererseits getrennt (Bild 2). Durch anschließendes Wiedermischen des Fett- und Magermilchstromes in einem bestimmten Verhältnis standardisiert man die Milch auf den für die Käserei benötigten Fettgehalt. Nach einer Kurzzeiterhitzung (Pasteurisation) zwecks Keimtötung (Bild 2) gelangt die Milch tiefgeköhlt zur eintägigen Vorlagerung in 20.000-l-Tanks (Bild 3) und tags darauf in lauwarmem Zustand in 3.000-l-Misch tanks (Bild 4).

In diesen Tanks erfolgt durch Zugabe von Rahm bzw. Magermilch die Fettgehalt-Feineinstellung. Außerdem werden hier die für Schimmelkäse spezifischen Schimmelkulturen sowie der Säurewecker beigemengt. Dieser bewirkt einen

1) Camembert- und Brie Käse werden praktisch nach dem gleichen Verfahren hergestellt und können demnach als eine Käsesorte betrachtet werden.

raschen Anstieg des Säuregrades (Acidität). Aus den Misch-tanks wird die Milch sodann über ein automatisches Zählwerk in die Käse-eikessel (Bild 5) eingemessen. Hat die Milch die gewünschten Werte von Säuregrad und Temperatur erreicht, wird durch Zusatz von Labferment der eigentliche Käse-eivorgang eingeleitet, bei dem das Milcheiweiß in zwei Teileiweißkörper, den Caseinkomplex und die Molkenproteine gespalten wird. Durch das Zusammenwirken von Milchsäurebakterien und Labferment wird die für Milch charakteristische Stabilität ihrer kolloidalen Casein-Calcium-Phosphat-Phase zerstört. Die Folge ist, daß der Caseinkomplex (Käsestoff) ausgefällt wird, während die Molkeproteine in Lösung bleiben. Diese Primärreaktion löst nun (wahrscheinlich) eine völlige Umordnung der Mizellstruktur des Caseins aus,¹⁾ die durch eine Abnahme der Wasserbindung (Hydratation) und die Bildung eines immer dichter werdenden Netzwerkes gekennzeichnet ist: Die Milch gerinnt (koaguliert) und nimmt in kurzer Zeit die Struktur etwa von frischem Joghurt an.

Diese dickgelegte Milch wird mit harfenartigen Geräten in 1-zoll-große Würfel geschnitten (Bild 5). Während dieses Vorgangs trennt sich der sogenannte Bruch (Fett und Käsestoff) von der Molke, dem spezifisch etwas leichteren Milchserum. Nach dem Abgießen eines Teiles dieser Molke muß das entstandene Bruch-Molke-Gemisch schnell, aber schonend und unter möglichst gleichmäßiger Verteilung in die Käseform eingebracht werden. Für diesen schwie-

1) Siehe BELITZ, H.-D.: Die biochemische Erforschung der Milch; in: Umschau in Wissenschaft und Technik, 15. April 1966, S. 245-249.
Vgl. auch SCHULZ, M.E.: Grundbegriffe der Labgerinnung und der Käsestruktur; in: Rationalisierung durch Standardisierung in der Käseerei, Sonderdruck aus der Molkerei- und Käseerei-Zeitung Hildesheim, 7. Jg., Nr. 17, 18 und 20, 1956, S. 12f..

rigen Ausfüllprozeß stehen neben dem hier abgebildeten klassischen Handschöpfen (Bild 6) noch andere Verfahren zur Verfügung, die bei der späteren Untersuchung näher beschrieben werden sollen. Die Käseformen sind beiderseitig offene Aluminiumzylinder vom Durchmesser des fertigen Käselaibs, aber von etwa der 3,5-fachen Höhe desselben. Die Wandung dieser Zylinder enthält kleine Löcher, durch welche die miteingefüllte Molke abfließen kann.

Während die einzelnen Bruchwürfel im Laufe von Stunden in der Form verschmelzen und unter weiterer Abgabe von Molke langsam zusammensinken, werden die Formen (mittels Deckblechen zu Formsätzen zusammengefaßt) mehrmals gewendet, um einen gleichmäßigen beiderseitigen Auflagedruck des Käses zu bewirken (Bild 7). Nach etwa 18 bis 24 Stunden ist die Endhöhe von 2,8cm (35% der ursprünglichen Höhe von 8 cm) annähernd erreicht. Die Struktur gestattet es nun, die Käselaibe nach Abziehen der Formen in ein hochkonzentriertes Salzbad zu versenken, wo in einem Diffusionsprozeß ein Teil des Wassergehalts des Käses gegen Salz ausgetauscht wird (Bild 8). Dieser Prozeß wirkt weiter strukturfestigend.

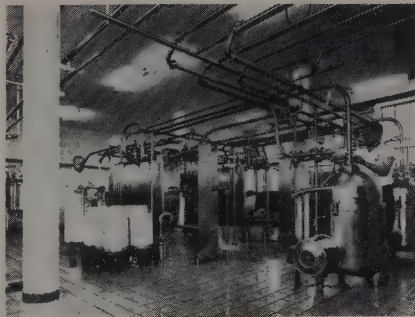
Hierauf werden die abgetropften Käse auf Reifungshorden ausgelegt, die in speziell klimatisierten Trockenräumen unter zweimaligem Wenden gestapelt werden (Bild 9). In dieser Phase setzt sich die bereits im Käsereikessel eingeleitete Reifung fort. Die sich dabei abspielenden stofflichen Umsetzungen, vor allem des Milchzuckers, des Caseins bzw. des durch die Labeinwirkung gebildeten Paracasein-Kalkes und des Fettes, sind hauptsächlich das Werk bestimmter Mikroorganismen und der von diesen gebildeten Enzyme. Vornehmlich durch ihre Tätigkeit wird der harte, weiße und mehr oder weniger geschmacklose frische Rohkäse zum weichen zusammenhängenden und durch die typischen Geschmacks- und Geruchsstoffe charak-

terisierten Fertigerzeugnis.¹⁾ Etwa am 5. Tag des Gesamtprozesses wird der weiße Edelschimmel sichtbar, der sich im Laufe der nächsten 6 - 7 Tage zu einem dichten Schimmelrasen vervollständigt. Am 10. Tag ist die fabrikseitige Reifung abgeschlossen. Damit hat der Käse auch den gewünschten Trockenmassengehalt erreicht. Die Teilung der Käselaibe in Ecken (Bild 10), die Verpackung in Aluminiumfolie und Schachtel und der Versand (Bild 11) können erfolgen.

Die wichtigsten Phasen der Camembert-
und Brieikäseproduktion
(Kurzdarstellung; Bild 1 bis 11)



1. Untersuchung der angelieferten Milch im Labor. (1. Tag)



2. Reinigung und grobe Fetteinstellung der Milch mittels Zentrifuge; Keimtötung im Pasteur (Hintergrund). (1. Tag)

1) Siehe RIEDEL, W.: Handbuch der Käserei, Milchwirtschaftlicher Verlag Karl Mann, Hildesheim 1952, S. 150f..



3. Eintägige Vorlage-
rung der Milch in
20.000-l-Tanks.
(1. bis 2. Tag)



4. Ansäuerung, Kultur-
ansaat und Fettfein-
einstellung durch Zu-
gabe von Rahm oder Ma-
germilch in 3.000-l-
Misch tanks. (2. Tag)



5. Einmessen der Käse-
reimilch mittels auto-
matischem Durchlauf-
zähler in fahrbare
250-l-Wannen, Zugabe
von Labferment zwecks
Dicklegung der Milch,
Schneiden der geronne-
nen Milch (Hintergrund).
(2. Tag)



6. Ausschöpfen des gallertartigen Käsemasse-Molke-Gemisches in Formsätze. (2. Tag)



7. Innerhalb von 24 Stunden Zusammensinken der Käsemasse in den Formen auf 35% der ursprünglichen Höhe (von 8cm auf 2,8cm), Abgabe von Molke, mehrmaliges Wenden. (2. bis 3. Tag)



8. Salzen der Käse im Salzbad. (3. Tag)



9. Trocknen der Käse
auf Horden, zweimali-
ges Wenden der Käse
während der 7-tägigen
Trocknungsphase.
(3. bis 10. Tag)



10. Teilen der Käse-
laibe in Ecken.
(10. Tag)



11. Verpackung und
Versand. (10. Tag)

Tabelle 2-1: Aufspaltung der Hauptbestandteile von Milch bei der Produktion von Camembert- und Brieckäse (Durchschnittswerte; Benennung in Gewichtseinheiten).¹⁾

Ausgangs- material ²⁾	Kuppelprodukt		Käse (packreif)	Molke	Butter- fett	Reifungsverluste (Wasserdampf, CO ₂ etc. durch Milch- zuckerabbau)	Σ
	Milch	(100,0)					
Wasser	(86,8 - 87,5)		7,00	79,20	.	1,10	87,30
Fett	(3,4 - 4,2)		3,30	0,15	0,20	.	3,65
Käsestoff ³⁾	(2,7 - 3,5)		2,90	.	.	.	2,90
Resttrocken- substanz ⁴⁾	(5,6 - 6,4)		.	5,90	.	0,25	6,15
Kochsalz	(0,3)		0,30	.	.	.	0,30
Σ			13,50	85,25	0,20	1,35	100,30

1) Tabelle 2-1 ist aus betrieblichen Erfahrungswerten sowie aus Angaben in der Fachliteratur konstruiert worden; vgl. SCHULZ, M.: Molkerei-Lexikon, 2. Aufl., Verl. Deutsche Molkerei-Zeitung, Kempten 1944 S. 337.

Vgl. ROEDER, G.: Grundzüge der Milchwirtschaft und des Molkereiwesens, Verl. Paul Parey, Hamburg/Berlin 1954 S. 149ff.

Vgl. FLEISCHMANN, W./WEIGMANN, H.: Lehrbuch der Milchwirtschaft, 7. Aufl., Verl. Paul Parey, Berlin 1932 S. 400ff.; S. 845ff.

Vgl. EUGLING, S./WEIGMANN, H.: Handbuch der praktischen Käseerei, 3. Aufl., Verl. Paul Parey, Berlin 1923 S. 2ff., S. 227.

2) Säurewecker, Labferment und Schimmelkulturzusätze können hier wegen ihrer geringen Quantitäten vernachlässigt werden.

3) Labfällbares Casein.

4) Milchsucker, Albumin, Trikalziumzitat etc..

2.2 Die zu untersuchenden Produktmerkmale

Tabelle 2-1 zeigt, in welchen Gewichtsanteilen die Hauptbestandteile von Milch (Wasser, Fett, Käsestoff und Resttrockensubstanz) bei der Herstellung von Käse in diesen übergehen. Danach ergibt die Verarbeitung von 100 kg Milch durchschnittlich eine Ausbeute von 13,5 kg Käse. Dieser setzt sich wie folgt zusammen:

Hauptbestandteile des Käses	Gewichtseinheiten (ca.)	Prozentanteile (ca.)
Fett	3,3	24,5
+ fettfreie Trockenmasse (= Käsestoff + Kochsalz)	3,2	23,7
= (Gesamt-)Trockenmasse	6,5	48,2
+ Wasser	7,0	51,8
= (Gesamt-)Gewicht	13,5	100,0

Für die Käsequalität sind vor allem der Anteil der (Gesamt-)Trockenmasse am (Gesamt-)Gewicht ("Trockenmassegehalt" = TM $\approx$ 48%) und der Anteil des Fetts innerhalb der (Gesamt-)Trockenmasse ("Fett i.T.-Gehalt" = FiT $\approx$ 51%) wichtig. Daher hat der Gesetzgeber zum Verbraucherschutz beim Merkmal **T r o c k e n m a s s e g e h a l t** Mindestwerte und beim Merkmal **F e t t i . T . - G e h a l t** die Deklaration eines garantierten Mindestwertes vorgeschrieben. Letzteres gilt auch für das Gewicht des einzelnen Käses zur Zeit der Abgabe (**S t ü c k g e w i c h t**), soweit er in Verbraucherpackungen - das ist beim Camembert und Brie der Fall - angeboten wird.¹⁾

1) Siehe Käseverordnung, a.a.O., §§ 6,7,8. Der vorgeschriebene Mindesttrockenmassegehalt beim hier untersuchten "Rahmcamembert" und "Rahmbrie" (50% Fett i.T.) ist TM = 46%.

Da bei Unterschreiten dieser gesetzlich vorgeschriebenen Mindestwerte mit behördlichem Eingreifen zu rechnen ist, besteht die Tendenz, mit überdimensionalen Sicherheitszuschlägen zu arbeiten. Dies aber verteuert die Herstellung des Produkts aufgrund überhöhten Rohstoffeinsatzes beträchtlich.

Zur größenordnungsmäßigen Abschätzung der durch solche Sicherheitszuschläge in der Bundesrepublik entstehenden Produktions- und Mehrkosten wurden auf dem deutschen Endverbrauchermarkt insgesamt $n = 400$ Camembert- und Brikkäse eingekauft. Um sicherzustellen, daß diese Stichprobe den Camembert- und Brikkäsemarkt mit etwa 45 Tsd. Jahres-Tonnen (1969) hinreichend genau repräsentiert, erfolgte die Auswahl der Käse nach einem geschichteten Stichprobenverfahren.¹⁾ Hierbei wurde den einzelnen Herstellerfirmen ein ihrem Marktanteil proportionaler Teilstichprobenumfang zugewiesen. Danach teilte sich die Gesamtstichprobe in 8 Teilstichproben auf; die ersten 7 betreffen die 7 größten Hersteller,²⁾ die zusammen einen Marktanteil von nahezu 50% besitzen und demnach zusammen 50% des Gesamtstichprobenumfangs von $n = 400$ beanspruchten. Die 8. Teilstichprobe, die den Rest der weit über 100 Hersteller repräsentieren soll, umfaßte ebenfalls 200 Käse. Innerhalb dieser 8 Schichten wurden die entsprechenden Käsestücke zufällig ausgewählt. Nachdem die sich in den einzelnen Schichten ergebenden Mittelwerte mit den entsprechenden Marktanteilen gewichtet wurden, kommen wir zu den in Tabelle 2-2 angegebenen durchschnittlichen relativen Zuschlägen der Hersteller auf die Mindestwerte (= 100%).

1) Vgl. KELLERER, H.: Theorie und Technik des Stichprobenverfahrens, 3. Aufl., Einzelschrift der Deutschen Statistischen Gesellschaft Nr. 5, München 1963, S. 87ff..

2) Die Teilstichprobenumfänge bewegen sich zwischen $n_1 = 64$ und $n_7 = 12$ Käsen.

Rechnet man mit einem mittleren Rohstoffkostensatz von DM 3.300,-- pro Tonne Käse, so betragen die jährlichen Rohstoffmehrkosten für 1% Übergewicht der Brie- und Camembertkäse in der Bundesrepublik ($45.000 \cdot 1/100 \cdot 3.300 \approx$) 1,5 Mio. DM. Die entsprechende Zahl für ein zusätzliches Prozent im Trockenmassegehalt ist ca. 3 Mio. DM und ein einprozentiger Fett i.T.-Zuschlag kostet (bei Zugrundelegung eines Mehrkostensatzes von DM 15,-- pro Fettprozent und Tonne Käse) 0,7 Mio. DM. Diese Zahlen, die zusammen mit den sich ergebenden Produktions-Mehrkosten für die Sicherheitszuschläge in Tabelle 2-2 zusammengestellt sind, zeigen, daß eine Verringerung der Produktionsstreuung und eine richtige Einstellung der Zielmaße von erheblicher wirtschaftlicher Bedeutung wären.

Tabelle 2-2: Zusammenstellung zur überschlägigen Berechnung der jährlichen Rohstoffkosten für die Sicherheitszuschläge in der Bundesrepublik.

Merkmal	durchschnittl. relativer Zuschlag zu den Mindestwerten %	Kosten für 1% Zuschlag DM	Produktions- Mehrkosten insgesamt DM
Stückgewicht	19,54	1,5 Mio.	23,3 Mio.
Trockenmassegehalt	7,13	3 Mio.	21,3 Mio.
Fett i.T.-Gehalt	6,61	0,7 Mio.	4,5 Mio.
Insgesamt	.	.	55,1 Mio.

Neben Fett i.T.-Gehalt und Stückgewicht sind für den Verbraucher Aussehen, Konsistenz, Geruch und Geschmack sowie die Haltbarkeit des Käses die entscheidenden Qualitätsmerkmale. Der Komplex dieser fünf letztgenannten Merkmale

wird weitgehend vom Trockenmasse-, Kochsalz- und vor allem vom Säuregehalt des Käses bestimmt.¹⁾ Da die Beherrschung des Kochsalzgehaltes keine wesentlichen fabrikatorischen Probleme aufwirft, soll der K ä s e s ä u r e - g r a d neben dem T r o c k e n m a s s e -, F e t t i . T . - G e h a l t und S t ü c k g e w i c h t als viertes Merkmal in die Untersuchung einbezogen werden.

2.3 Die Haupteinflußkomplexe der Produktvariabilität

Vor einer formalen statistischen Analyse des Produktionsprozesses ist es immer angebracht, eine K l ä r u n g der p r i n z i p i e l l e n Z u s a m m e n - h ä n g e zwischen Art der Produktvariabilität und ihren Haupteinflußgrößen zu versuchen. Damit kann der komplexe Gesamtprozeß häufig in leichter überschaubare Einzelabschnitte, deren Schwachstellen eher lokalisiert und quantifiziert werden können, zerlegt werden.

In unserem Fall lassen sich anhand der Erfahrungen in der Käsereipraxis bezüglich der vier Untersuchungsmerkmale Trockenmasse- und Fett i.T.-Gehalt, Stückgewicht und Käsensäuregrad mehrere Hauptschwankungseinflußgrößen herauskristallisieren.

Der erste Faktor ist der R o h s t o f f M i l c h als äußerst komplexes Stoffgemisch.²⁾ Entsprechend ihrem biologischen Ursprung ist sie in ihrer quantitativen Zusammensetzung starken Variationen unterworfen.

1) Vgl. ROHSE, D./MAIR - WALDBURG, H.: Beziehung zwischen Säuregrad packreifer Käse (Camembert 45% und 50% Fett i.T.) und ihre Qualität und Lagerung; in: International Dairy Congress, Section B, Kopenhagen 1962, S. 861-866.

2) Einen ähnlich komplexen und mit der Milch eng verwandten Aufbau hat das Blut von Säugetieren.

Für die Zusammensetzung der Milch sind nicht nur Klima-, Boden- und Futterbedingungen, sondern auch Viehrasse und Altersaufbau der Kuhherden von Einfluß. Außerdem hängt die Milchezusammensetzung von der Laktationsdauer¹⁾ sowie der Körperbewegung und dem Futterwechsel²⁾ der Kühe ab und weist deshalb saisonale Schwankungen auf. Zu den bereits genannten Schwankungseinflüssen kommt jedoch noch ein Komplex praktisch nicht überschaubarer Faktoren hinzu, die ebenfalls starke irreguläre Schwankungen der Milchezusammensetzung herbeiführen. Insbesondere diese irregulären Rohstoffvariationen, die sich auch durch das Mischen großer Milchmengen nur mildern, nicht aber beseitigen lassen, stellen die Molkereiwirtschaft vor erhebliche Fabrikations- und Qualitätsprobleme.

Für die Merkmale Stückgewicht, Trockenmasse- und Fett i.T.-Gehalt ist insbesondere der Gehalt der Milch an F e t t und K ä s e s t o f f (=labfällbares Casein) wichtig (vgl. Tabelle 2-1). Uns interessiert in diesem Zusammenhang vor allem die Variabilität der letztgenannten Milchkomponente, da diese im Gegensatz zum Fettgehalt der Milch durch nachträgliche betriebliche Maßnahmen nicht beeinflußt werden kann und daher Datum ist. Am Käsestoffgehalt der Milch müssen die beiden Fabrikationsgrößen Milchein-satz (= kg Milch pro Stück Käse) und Fettgehalt der Käse-reimilch laufend ausgerichtet werden, wenn ein gleich-mäßiges Endprodukt erzielt werden soll. Von einer solchen angestrebten Homogenität des Endproduktes ist man aber noch weit entfernt, da die beiden genannten Fabrikationsparameter bisher vom Praktiker nach Erfahrung und Gefühl variiert werden.

1) Laktationsdauer ist die Zeit, in welcher eine Kuh im Zusammenhang mit einem Kalbevorgang Milch gibt (ca. 300 Tage).

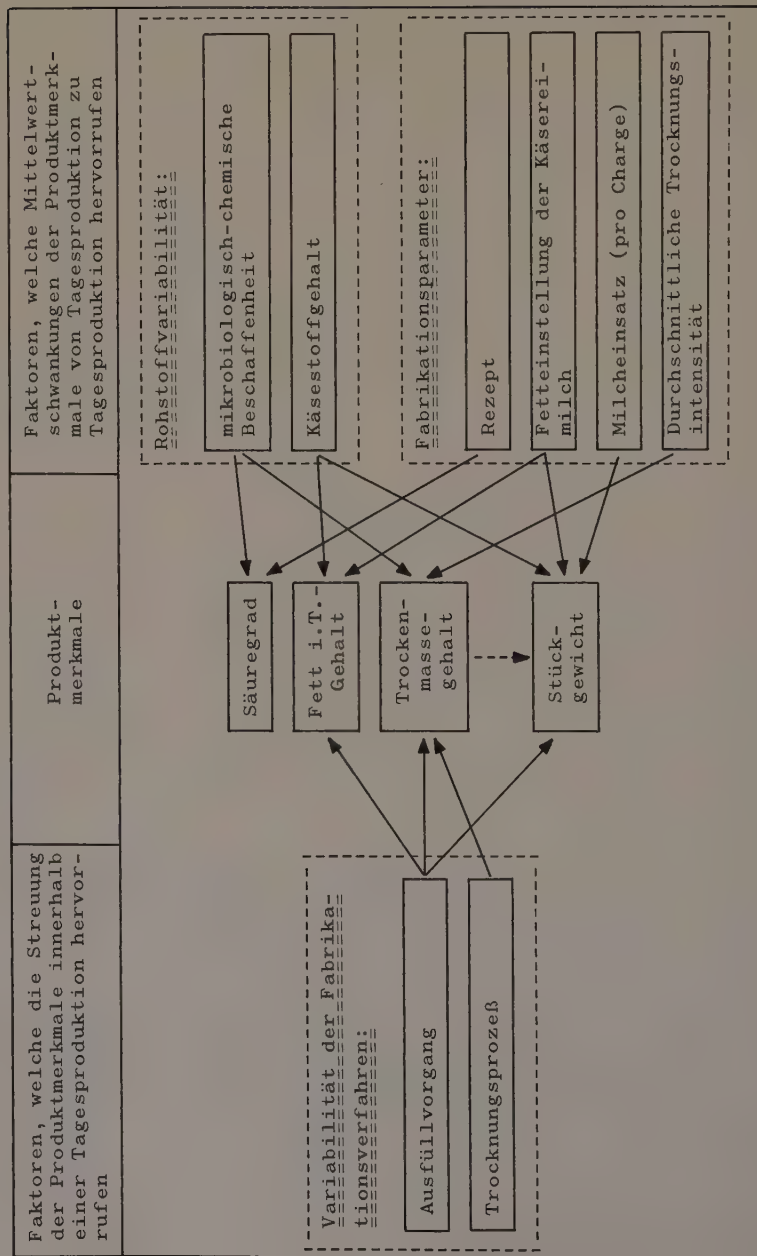
2) Stallfütterung oder Weidegang.

Die Milch schwankt weiterhin hinsichtlich einer Reihe von biochemischen und mikrobiologischen Faktoren, die den Säuerungsverlauf während der Reifung wesentlich beeinflussen. Diese Art von Rohstoffschwankungen könnte zwar durch Variation des Käseireizeptes ausgeglichen werden. Solange jedoch die multivariaten Zusammenhänge des Säuerungskomplexes nicht genauer bekannt sind, erreicht man häufig nicht den gewünschten Säuerungsverlauf. Die Rohstoffschwankungen biochemischer und mikrobiologischer Art beeinflussen außerdem die Wasserbindungsfähigkeit des Käsestoffs und bewirken damit Schwankungen des Trockenmassegehaltes des Käses. Diese müssen durch entsprechende Variation der Trocknungsintensität während des Trocknungsprozesses kompensiert werden; aber auch dieser Ausgleich gelingt bisher nur unvollkommen.

Fernerhin werden innerhalb der Trockenräume lokale Unterschiede bezüglich der Trocknungsbedingungen vermutet, die ebenfalls auf die Produktionsvariabilität einwirken. Als weiterer Schwankungseinflußkomplex des Fabrikationsverfahrens ist der Ausfüllprozeß zu nennen; bei diesem bereitet die gleichmäßige Mengenverteilung des Bruch-Molke-Gemisches auf die einzelnen Käseformen, vermutlich aber auch die Beibehaltung einer einheitlichen Käsestoff-Fett-Molke-Relation Schwierigkeiten.

Die spezifischen Effekte dieser kurz dargestellten Hauptschwankungsfaktoren auf die Produktvariabilität sollen im Lauf dieser Studie untersucht und einer eingehenden statistischen Analyse unterzogen werden. Dazu sollten die Output-Daten nach Möglichkeit entsprechend den einzelnen Produktionsstufen getrennt erhoben werden. Seiner Struktur und Konsistenz wegen kann Käse jedoch praktisch nur in packreifem Zustand mit befriedigender Genauigkeit auf

Tabelle 2-3: Zusammenhänge zwischen Art der Produktvariabilität und ihren Haupteinflußgrößen.



Säure-Trockenmasse- und Fett i.T.-Gehalt (analytisch) untersucht werden. Gewichtsmessungen sind frühestens nach dem Salzbad (= vor dem Trocknungsprozeß) am Rohkäse möglich. Damit sind - wie bei den meisten Stoffumwandlungsprozessen - isolierte Erhebungen nur sehr begrenzt möglich. Unter Zuhilfenahme des in Tabelle 2-3 dargestellten Schemas gelingt es jedoch, bezüglich der Merkmale Stückgewicht, Trockenmasse- und Fett i.T.-Gehalt die spezifischen Einflüsse der Hauptschwankungskomplexe anhand der Art der Produktvariabilität (auch ohne die formalen mathematischen Verfahren der Statistik) weitgehend unvermischt zu quantifizieren.

Bei der in Tabelle 2-3 vorgenommenen Aufgliederung der Schwankungseinflußgrößen, auf der die nachfolgende statistische Analyse aufbauen soll, wird von nachstehenden Überlegungen ausgegangen. Die an einem Tag verarbeitete Käsereimilch wird während der eintägigen Vorlagerung intensiv vermischt und kann daher als weitgehend homogen betrachtet werden. Entsprechend werden auch bei den einzelnen Fabrikationschargen innerhalb einer Tagesproduktion grundsätzlich keine Veränderungen an den Fabrikationsparametern (Rezept, Fetteinstellung der Käsereimilch, durchschnittlicher Milcheinsatz und mittlere Trocknungsintensität) vorgenommen. Hieraus folgt, daß die Streuung innerhalb einer Tagesproduktion nur auf den Ausfüllvorgang und den Trocknungsprozeß zurückzuführen ist, während Mittelwertschwankungen von einer Tagesproduktion zur anderen der Rohstoffvariabilität und den genannten Fabrikationsparametern zugeordnet werden können. Durch die Möglichkeit, die Trocknungsphase beim **S t ü c k g e w i c h t** erhebungsmäßig abzuspalten, können bei diesem Merkmal - zusammen mit der eben dargestellten Aufgliederung der Art der Variabilität - die Einflüsse der relevanten Schwankungsursachenkomplexe so weit wie nötig voneinander getrennt erfaßt werden. Beim Merkmal **T r o c k e n m a s s e g e h a l t** lassen sich die einzelnen Einflüsse, falls erforderlich, über den direkten Zusammenhang Trockenmassegehalt - Trocknungsverlust -

Stückgewicht im wesentlichen rekonstruieren. Die Streuung innerhalb einer Tagesproduktion kann man beim Merkmal **F e t t i. T. - Gehalt** dem Ausfüllvorgang, Niveauschwankungen hingegen dem eingesetzten Rohstoff zuschreiben. Beim Merkmal **K ä s e s ä u r e g r a d** stellt die erfahrungsgemäß relativ kleine innertägliche Streuung kein praktisches Qualitätsproblem dar, so daß auf eine diesbezügliche Untersuchung im Rahmen dieser Arbeit verzichtet wird. Hinsichtlich der zu analysierenden Säuregradvariabilität von Tagesproduktion zu Tagesproduktion ergeben sich keine Zuordnungsschwierigkeiten.

3 ANALYSE DES SCHWANKUNGSEINFLUSSES "AUSFÜLLPROZESS"

Die Einheitlichkeit der aus einer Tagesproduktion stammenden Käse wird nicht nur durch das Ausfüllen gleicher Quantitäten des Bruches¹⁾ in die einzelnen Käseformen, sondern auch durch das Beibehalten der gleichen Relation von Molke, Käsestoff und Fett beim Ausfüllprozeß beeinflußt. Zudem ist die rasche und dennoch schonende Einbringung des Bruches, der eine gallertartige Masse darstellt, von ausschlaggebender Bedeutung für die gewünschte weiche Struktur des Käses. Bei dem in Abschnitt 2.1 gezeigten klassischen Ausfüllverfahren ist man auf reine Handarbeit und somit ganz auf das Geschick, Gefühl und Sorgfalt des Käsereipersonals angewiesen. Es ist daher nicht verwunderlich, wenn sich die Rationalisierungsbemühungen in der Molkereiwirtschaft seit langem auf diesen unpräzisen, lohn- und auch raumkostenintensiven Ausfüllvorgang konzentrieren. Bisher konnte allerdings kein technisiertes Ausfüllverfahren vorgestellt werden, das in allen relevanten Punkten dem klassischen Handschöpfen überlegen ist.²⁾

Bezüglich der Gleichmäßigkeit des Merkmals S t ü c k - g e w i c h t sollen folgende drei Ausfüllverfahren statistisch analysiert werden:

- a. ein mechanisiertes Verfahren (I), das sich in der Praxis immer mehr durchsetzt,
- b. das klassische Handschöpfen (Verfahren II), das allmählich zurückgedrängt wird, und
- c. ein maschinelles Verfahren (III), das sich noch im Untersuchungsstadium befindet.

1) Siehe Abschnitt 2.1 S. 23 f.

2) Die Hauptprobleme bei der Technisierung des Ausfüllprozesses sind die Zerschlagungsgefahr des Bruches, der Faktor Zeit, die Materialauswahl (wegen der chemischen Aggressivität der Molke) sowie Reinigungs- und mikrobiologische Fragen.

Zur Ermittlung der durch den Ausfüllvorgang verursachten Streuung der Merkmale `T r o c k e n m a s s e -` und `F e t t i . T . - G e h a l t` können allerdings aus Kostengründen nur Daten des mechanisierten Verfahrens I erhoben werden.

3.1 Varianzanalyse des Ausfüllverfahrens I

Bei dem zunächst zu untersuchenden mechanisierten Ausfüllverfahren I wird der Bruch aus einer halbzyklindrischen (einer Dachrinne ähnlichen) Wanne von ca. 400 l Fassungsvermögen durch langsames Kippen um deren Längsachse in einen aus $4 \cdot 10$ Käseformen bestehenden und mit einem Vielfachfülltrichter abgedeckten Formensatz eingebracht. Da die Wanne nach dem Schneiden der dickgelegten Milch durch eine Garnitur von halbkreisförmigen Scheidewänden längsaxial in 10 Abteilungen aufgespalten wird, werden beim Ausfüllen je 4 Käseformen aus einer Abteilung gespeist. Aufgrund der geschilderten Konzeption dieses Verfahrens stellt sich die Frage, ob vielleicht innerhalb der $4 \cdot 10$ Matrix ($z = 4$ "Zeilen"; $s = 10$ "Spalten") `s y s t e m a t i s c h e` `G e w i c h t s u n t e r s c h i e d e` der Käse verschiedener Position vorhanden sind. Falls solche Differenzen vorhanden wären, könnten sie eventuell durch entsprechende Korrekturen am Ausfüllverfahren ausgeschaltet werden, wodurch die Gesamtstreuung des Prozesses eingeschränkt würde. Dieses Problem soll mit Hilfe der Varianzanalyse geklärt werden, die zur Untersuchung von Beobachtungswerten dient, welche von mehreren gleichzeitig wirkenden `q u a l i t a t i v e n` `E i n f l u ß g r ö ß e n` abhängen.

Um zu möglichst präzisen Aussagen zu gelangen, werden nicht nur die von einem Ausfüllvorgang erzeugten 40 Rohkäse (nach dem Salzbad) gewogen; man wieder-

holt den Versuch vielmehr an $t \leq 27$ verschiedenen Fabrikationstagen. Die insgesamt $z \cdot s \cdot t = 4 \cdot 10 \cdot 27 = 1080$ einzelnen Rohkäsegewichte sind entsprechend ihren Zeilen-, Spalten- und Tagesnummern auf Lochkarten festgehalten.

Als adäquates Modell der Varianzanalyse bietet sich eine "Zweifach-Kreuzklassifikation mit Wiederholungen" folgender Form an:¹⁾

$$(3.1) \quad y_{ijk} = \mu + a_i^A + a_j^B + a_{ij}^{AB} + \varepsilon_{ijk};$$
$$(i=1 \dots z; j=1 \dots s; k=1 \dots t;$$
$$n=z \cdot s \cdot t).$$

Anhand dieses einfachsten allgemeinen Modells sollen die Annahmen der Varianzanalyse kurz rekapituliert werden:

Jeder Beobachtungswert y_{ijk} läßt sich nach Gleichung 3.1 durch die nachfolgende charakterisierten Summanden erklären:²⁾

- a. Der Gesamtmittelwert ("wahre Wert") μ ist eine unbekannte Konstante.
- b. Die Größen a_i^A und a_j^B repräsentieren die beiden Wirkungen ("Hauptwirkungen") oder "Effekte", welche die Einflußvariablen oder "Faktoren" A und B mit ihren qualitativen Ausprägungen oder "Ebenen" auf den Beobachtungswert ausüben. Unter Hauptwirkung ist dabei lediglich die durchschnittliche Wirkung einer Faktorebene

1) Zur verwendeten Symbolik vgl. DUNCAN, A.J.: Quality Control and Industrial Statistics, 3rd ed., R.D. IRWIN Inc., Homewood Illinois, 1965, S. 603. Vgl. auch SCHEFFÉ, H.: The Analysis of Variance, John Wiley & Sons Inc., New York 1959, S. 275.

2) Vgl. DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 585.

bei Variation der Ebenen des anderen Faktors zu verstehen.¹⁾ Wird jede Ebene des einen Faktors mit jeder Ebene des anderen kombiniert, spricht man von Kreuzklassifikation. Das Gegenstück dazu ist die hierarchische Klassifikation, bei der innerhalb der Hauptebenen (Faktor A) Unterebenen (Faktor B) gebildet werden.²⁾

- c. Die "Wechselwirkung" a_{ij}^{AB} stellt den speziellen gemeinsamen (materiell nicht additiven) Einfluß der Faktoren A und B in einer bestimmten Ebenenkombination ij vor. Die formale Aufspaltung der Gesamtwirkungen der Faktoren in Haupt- und Wechselwirkungen dient letztlich nur dazu, um auch eventuell vorhandene kombinatorische Wirkungen (wie z. B. multiplikative Einflüsse) der Faktoren auf die Beobachtungsvariable in einem additiven Modell erfassen zu können. Die Wechselwirkung stellt demnach lediglich ein additives Korrektiv dar, welches die durchschnittliche Wirkung der einzelnen Faktorebenen in den speziellen Ebenenkombinationen verstärkt oder abschwächt.

- d. Der "Versuchsfehler" ε_{ijk} ³⁾ ist eine Realisation einer unabhängig $N(0, \sigma^2)$ -verteilten Zu-

1) Vgl. FERGUSON, G.A.: Statistical Analysis in Psychology and Education, 2nd ed., Mc Graw-Hill Inc., New York 1966, S. 305ff.

Vgl. SCHEFFÉ, H., a.a.O., S. 90f.

Vgl. EISENHART, C.: The Assumptions Underlying the Analysis of Variance; in: Biometrics, March 1947, S. 1-21, insb. S. 10ff. Dieser Artikel ist eine der grundlegendsten und besten Abhandlungen über die Varianzanalyse.

2) Vgl. z. B. LINDER, A.: Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure, 3. Aufl., Birkhäuser Verlag, Basel/Stuttgart 1960, S. 142ff.

3) Wird in der angelsächsischen Literatur meist als "experimental error" bezeichnet.

fallsvariablen.¹⁾ Diese umfaßt die Wirkungen aller nicht näher betrachteten, zufälligen oder als zufällig angenommenen Einflüsse, welche innerhalb jeder Ebenenkombination ("Zelle") - also innerhalb der $z \cdot s$ Teilstichproben vom Umfang t - die t aus den Versuchswiederholungen stammenden Beobachtungswerte um den dazugehörigen Zellenmittelwert schwanken lassen.

Nach C. EISENHART²⁾ unterscheidet man bei der Varianzanalyse zwei grundsätzliche Modelle I und II. In Modell I sind die zu diskutierenden a_i^A , a_j^B und a_{ij}^{AB} unbekannte Konstante oder zu schätzende "feste" Effekte von systematisch ausgesuchten, weil speziell interessierenden Ausprägungen der Faktoren, für die gilt:³⁾

$$(3.2) \quad \sum_i a_i^A = \sum_j a_j^B = \sum_i a_{ij}^{AB} = \sum_j a_{ij}^{AB} = 0.$$

In Modell II sind die Haupt- und Wechselwirkungseffekte zufällige Ausprägungen des jeweiligen Faktors, der hier als Zufallsvariable eine - streng genommen - sehr große Zahl möglicher Ausprägungen hat. Zur Unterscheidung von den festen Effekten des Modells I

-
- 1) Vgl. GUENTHER, W.C.: Analysis of Variance, Prentice Hall, Englewood-Cliffs 1964, S. 102.
 - 2) Siehe EISENHART, C., a.a.O., S. 3ff.
 - 3) Diese Bedingung ist durch entsprechendes Einrichten der anderen Summanden jederzeit erreichbar und bedeutet daher keine einschränkende Annahme. Das gleiche gilt auch für die zufälligen Effekte (siehe weiter unten) und für den Versuchsfehler, deren Erwartungswerte ebenfalls 0 sind (vgl. HUITSON, A.: The Analysis of Variance; in: Griffin's Statistical Monographs & Courses, M.G. KENDALL (Editor), Griffin & Co. Ltd., London 1965, S. 11f.).

verwendet man bei den zufälligen Effekten des Modells II statt dem lateinischen a das griechische α .
Für Modell II gilt:¹⁾

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \alpha_i^A &= \text{unabhängig } N(0, \sigma_A^2) \text{ -verteilt,} \\ \alpha_j^B &= \text{unabhängig } N(0, \sigma_B^2) \text{ -verteilt und} \\ \alpha_{ij}^{AB} &= \text{unabhängig } N(0, \sigma_{AB}^2) \text{ -verteilt.} \end{aligned}$$

Die Unterscheidung in feste und zufällige Effekte ist vor allem deshalb von Wichtigkeit, weil es bei Problemen in Modell I um die Ermittlung und Schätzung von Parametern geht, die feste (konstante) Beziehungen zwischen den **M i t t e l w e r t e n** der Grundgesamtheiten definieren; bei den Problemen in Modell II hingegen dreht es sich um die Feststellung und Schätzung von Varianzkomponenten, also um die **V a r i a n z e n**, die durch die entsprechenden Faktoren hervorgerufen werden.²⁾ Von diesen grundsätzlichen Unterschieden werden die später notwendigen Rechenschritte und die Interpretation der Ergebnisse beeinflusst.³⁾

-
- 1) Vgl. WEBER, E.: Grundriß der biologischen Statistik - Anwendung der mathematischen Statistik in Naturwissenschaft und Technik, 6. Aufl., G. Fischer-Verlag, Stuttgart 1967, S. 231.
Vgl. DUNCAN, A., a.a.O., S. 604.
 - 2) Vgl. EISENHART, W.C., a.a.O., S. 4.
Vgl. WEBER, E., a.a.O., S. 230f.
 - 3) Die Rechenverfahren bei der Aufstellung der sogenannten Tafel der Varianzanalyse (= Zerlegung der Freiheitsgrade und der Summe der Abweichungsquadrate) sind noch unabhängig vom verwendeten Modell, was insbesondere im Hinblick auf die Verwendung von Computerprogrammen von Wichtigkeit ist (vgl. dazu auch EISENHART, W.C., a.a.O., S. 8).

Die Annahmen über den Versuchsfehler¹⁾ - bekannt unter den Schlagworten "Normalverteilung", "Varianzhomogenität" und "Unabhängigkeit" des experimentellen Fehlers - bedeuten im einzelnen folgendes: Abweichungen des Versuchsfehlers von der Normalverteilung und Mangel an Varianzenhomogenität, also ungleiche Varianzen in den verschiedenen Ebenenkombinationen (Zellen), wirken sich in ähnlicher Richtung, nämlich vor allem auf die Operationscharakteristik des Signifikanztests (F-Tests) und die Effizienz bei der Varianzkomponentenschätzung, aus. Während selbst beträchtliche Abweichungen von der Normalverteilung bei etwa gleicher Besetzungszahl der Zellen keine allzu großen negativen Folgen haben,²⁾ können Unterschiede in den Varianzen zu einem spürbaren Verlust an der Schärfe des Signifikanztests und an der Effizienz bei der Schätzung der Streuungskomponenten führen.³⁾ Zur Überprüfung, ob Normalität und Homogenität bei konkreten Problemstellungen gegeben sind, werden in der Literatur häufig der χ^2 -goodnes-of-fit-Test bzw. Test nach HARTLEY und COCHRAN oder der BARTLETT-Test vorgeschlagen.⁴⁾ Diese Tests kön-

1) Die Annahme der Normalverteilung gilt auch für die zufälligen Effekte von Modell II, wie aus Gleichung 3.3 hervorgeht (vgl. SCHEFFÉ, H., a.a.O., S. 331).

2) W.G. COCHRAN meint, daß die wahre Signifikanzschwelle, die dem tabellierten 5%-Signifikanzniveau entspricht, etwa zwischen 4% und 7% liegen dürfte (COCHRAN, W.G.: Some Consequences when the Assumption for the Analysis of Variance are not satisfied; in: Biometrics, March 1947, S. 23-38, insb. S. 24).

3) Vgl. CHEW, V.: Experimental Designs in Industry, Wiley & Sons, Chapman & Hall, New York/London 1958, S. 40. Vgl. DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 617.

4) Vgl. z. B. SACHS, L.: Statistische Anwendungsmethoden, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1968, S. 480ff.
Vgl. auch GUENTHER, W.C., a.a.O., S. 21f.

nen jedoch ohne größere Schwierigkeiten nur bei nicht gekreuzten Klassifikationen durchgeführt werden, weil nur hier der Versuchsfehler über die Varianz innerhalb der Ebenen (hier = Zellen) isoliert erfaßt werden kann. Bei Kreuzklassifikationen hingegen müßten die Beobachtungswerte der Zellen erst mit den zellenspezifischen Haupt- und Wechselwirkungseffekten korrigiert werden; außerdem müssen die Zellen mehrfach besetzt sein, d. h. es kommen überhaupt nur Modelle mit Wiederholungen in Betracht.

Unter U n a b h ä n g i g k e i t der V e r -
s u c h s f e h l e r ist zu verstehen, daß die Wahr-
scheinlichkeit, daß der Versuchsfehler irgendeines Be-
obachtungswertes y einen bestimmten Wert annimmt, nicht
von im Modell berücksichtigten Einflußfaktoren und auch
nicht von den Versuchsfehlern anderer Beobachtungen ab-
hängt. Bei positiver Korrelation der Versuchsfehler un-
tereinander ist mit einer Unterschätzung des wahren ex-
perimentellen Fehlers zu rechnen; das Gegenteil gilt bei
negativer Korrelation. Das Problem der Abhängigkeit der
Versuchsfehler ist schwer kontrollierbar. Kann beim Auf-
bau von Experimenten die Gefahr ungewollter Korrelatio-
nen nicht ausgeschlossen werden, begegnet man dieser vor-
sorglich durch Randomisation (= zufällige Zuordnung zw-
ischen Faktorebenen und Versuchseinheiten). Durch sie las-
sen sich Korrelationen zwar nicht beseitigen, aber zu-
mindest neutralisieren.¹⁾

In der Literatur liest man häufig, aber ohne nähere Er-
läuterung,¹⁾ daß eine weitere Voraussetzung der Varianz-
analyse die A d d i t i v i t ä t der E f f e k t e

1) Vgl. COCHRAN, W.G. (1947), a.a.O., S. 23, S. 33.

sei. Diese Voraussetzung spielt jedoch nur bei Modellen ohne Wiederholungen (also bei Modellen, in denen die Zellen nicht mehrfach besetzt sind) eine Rolle. Bei diesen Modellen wird eine möglicherweise vorhandene Wechselwirkung aller Faktoren (d. h. z. B. bei 3 Faktoren: Dreifach-Wechselwirkung) nicht isoliert durch einen spezifischen Summanden erfaßt und somit mit dem Versuchsfehler vermengt, wodurch dieser unzulässigerweise erhöht werden könnte. Der Informationsverlust ist jedoch nur dann von größerer Bedeutung, wenn der eigentliche Versuchsfehler relativ klein ist.¹⁾ Ob eine Wechselwirkung aller Faktoren im konkreten Falle vorhanden ist, ließe sich jedoch zumindest bei Zweifach-Kreuzklassifikation und Einfachbesetzung der Zellen mittels des Non-additivity-Test von TUKEY überprüfen.²⁾

Für die Anwendung der Varianzanalyse ist es wichtig, ihre Annahmen und Voraussetzungen im Auge zu behalten, denn nur so lassen sich Fehlanwendungen und Fehlinterpretationen vermeiden. Man muß sich allerdings darüber im klaren sein, daß die Modellvoraussetzungen der Varianzanalyse insbesondere bei Betriebsversuchen selten voll gegeben sind. Da man jedoch davon ausgehen kann, daß die Varianzanalyse hinsichtlich mäßiger Abweichungen von ihren Voraussetzungen relativ robust ist,³⁾ kann

1) Vgl. COCHRAN, W.G. (1947), a.a.O., S. 36.

2) Vgl. GUENTHER, W.C., a.a.O., S. 76f.

3) Vgl. COCHRAN, W.G./COX, G.M.: Experimental Designs, 2nd ed., John Wiley & Sons Inc., New York/London/Sydney 1957, S. 91f.

Vgl. COCHRAN, W.C. (1947), a.a.O., S. 37.

Vgl. WEBER, E., a.a.O., S. 244.

Vgl. CHEW, V., a.a.O., S. 40.

in der Regel ohne großes Risiko auf die Durchführung der oben angegebenen teilweise recht aufwendigen Zusatz-Tests zur Varianzanalyse verzichtet werden; dies gilt zumindest, wenn man sich aufgrund logischer Überlegungen davon überzeugt hat, daß das angewandte Modell mit der Problemstellung übereinstimmt und wenn bei der Versuchsplanung keine groben Fehler gemacht worden sind.

Nach diesem Exkurs wird nun die besprochene Varianzanalyse an den 1080 Beobachtungswerten der vorgenommenen Erhebung durchgeführt.¹⁾

Bei Tabelle 3-1, welcher der Modellansatz einer Zweifach-Kreuzklassifikation mit Wiederholungen (Gleichung 3.1) zugrundeliegt, fällt auf, daß die Relation M_3/M_4 wesentlich kleiner als 1 ist.²⁾ Dieser Umstand deutet stark dar-

-
- 1) Hierbei kommt das Programm BMD 02V zur Anwendung. Eine ausführliche Programmbeschreibung ist zu finden bei: DIXON, W.J. (Editor): BMD Biomedical Computer Programs, Student Stove, Ucla 1966, S. 495-509.

Um dieses vom Deutschen Rechenzentrum, Darmstadt, dankenswerterweise zur Verfügung gestellte Programm am Rechenzentrum der Universität Münster einsetzen zu können, ist allerdings neben wesentlichen mit dem Betriebssystem zusammenhängenden Programmabänderungen eine komplette Umstellung des Programms von FORTRAN-II auf FORTRAN-IV erforderlich.

- 2) Für MQ-Relationen, die wesentlich kleiner als 1 sind, kann, anstatt der normalerweise verwendeten oberen, auch eine untere Signifikanzschwelle über folgende Beziehung bestimmt werden:

$$F(\alpha; v_1; v_2) = \frac{1}{F(1-\alpha; v_2; v_1)} ;$$

wobei v_1 und v_2 = Anzahl der Freiheitsgrade.

Da $F_{0,01} = 0,47 > M_3/M_4 = 0,42$, ist diese MQ-Relation hochsignifikant kleiner als 1; (siehe BEYER, W.H. (Editor): Handbook of Tables for Probability and Statistics, 2nd ed., published by The Chemical Rubber Co., Cleveland Ohio 1968, S. 304ff.).

Tabelle 3-1: Tafel der Varianzanalyse für Zweifach-Kreuzklassifikation mit Wiederholungen; fixes Modell; Originalwerte.

Variationsursache	SQ ¹⁾	FG ²⁾	MQ ³⁾	MQ-Relation
Zeile (A)	181 310,7	3	$M_1 = 60 \ 436,89$	$M_1/M_4 = 25,32$
Spalte (B)	43 021,1	9	$M_2 = 4 \ 780,13$	$M_2/M_4 = 2,00$
Zeile · Spalte (AB)	27 238,2	27	$M_3 = 1 \ 008,82$	$M_3/M_4 = 0,42$
Rest	2 481 938,0	1040	$M_4 = 2 \ 386,48$	.
Total	2 733 508,0	1079	.	.

Tabelle 3-2: Tafel der Varianzanalyse für Zweifach-Kreuzklassifikation mit Wiederholungen; fixes Modell; mit den jeweiligen Charakteristiken saldierte Originalwerte.

Variationsursache	SQ ¹⁾	FG ²⁾	MQ ³⁾	MQ-Relation
Zeile (A)	181 310,4	3	$M_1 = 60 \ 436,79$	$M_1/M_4 = 53,93$
Spalte (B)	43 021,1	9	$M_2 = 4 \ 780,13$	$M_2/M_4 = 4,27$
Zeile · Spalte (AB)	27 207,5	27	$M_3 = 1 \ 007,69$	$M_3/M_4 = 0,90$
Rest	1 165 533,0	1040	$M_4 = 1 \ 120,72$	.
Total	1 417 092,0	1079	.	.

1) SQ = Summe der Abweichungsprodukte.

2) FG = Freiheitsgrade.

3) MQ = Mittlere Quadrate.

auf hin, daß in dem Restgrößenausdruck außer dem experimentellen Fehler noch andere, wesentliche Effekte enthalten sind.¹⁾ Dies leuchtet auch unmittelbar ein, wenn man sich vor Augen hält, daß wegen der unterschiedlichen Ergiebigkeit der Milch an den Versuchstagen die Durchschnittsgewichte der 27 Chargen stark schwanken (größter Mittelwert: 1426,5 g; kleinster Mittelwert: 1283,0 g!). Deshalb können die 27 Versuche nicht ohne weiteres als echte, d. h. unter gleichen Bedingungen getätigte Wiederholungen aufgefaßt werden.

Um dem Modell 3.1 der Zweifach-Kreuzklassifikation mit Wiederholungen besser gerecht zu werden, kann man die Ausschaltung der Effekte der Milchschwankungen dadurch versuchen, daß man die Originalmeßwerte mit ihren jeweiligen Chargenmittelwerten saldiert und erst diese Differenzen in der Varianzanalyse untersucht. Tabelle 3-2 zeigt, daß sich durch diese Korrekturmaßnahme die MQ Restgröße M_4 im Vergleich zu Tabelle 3-1 um mehr als 100% senkt. Da jedoch einerseits außer den eben ausgeschalteten Haupteffekten des Faktors Tag (= Milchergiebigkeit) noch Wechselwirkungseffekte Tag·Zeile und Tag·Spalte vorhanden sein könnten und andererseits der rechentechnische Mehraufwand beim Einsatz der EDV kaum ins Gewicht fällt, soll die eigentliche Analyse des Ausfüllverfahrens I nunmehr mit dem Modell einer Dreifach-Kreuzklassifikation folgender Form durchgeführt werden:²⁾

$$(3.4) \quad y_{ijk} = \mu + a_i^A + a_j^B + a_k^C + a_{ij}^{AB} + a_{ik}^{AC} + a_{jk}^{BC} + \epsilon_{ijk}.$$

-
- 1) Vgl. auch HUITSON, A., a.a.O., S. 7f.
Eine solche Überlagerung des experimentellen Fehlers wirkt sich insbesondere auf die Schärfe der Signifikanzprüfung und auf die Genauigkeit der Varianzkomponentenberechnung aus.
 - 2) Hier werden natürlich wieder die unsalidierten Originaldaten verwendet.

Tabelle 3-3: Tafel der Varianzanalyse für Dreifach-Kreuzklassifikation; Gemischtes Modell (A und B fix, C zufällig); Originalwerte.

Variationsursachen	SQ	FG	MQ	MQ-Relation ¹⁾	F-Wert $\alpha = 0,05$ $\alpha = 0,01$	Signifikanz
Zeile (A)	181 308,3	3	$M_1 = 60$ 436,10	M_1/M_5 30,80	2,72	4,05
Spalte (B)	43 021,3	9	$M_2 = 4$ 780,14	$M_2/M_6 = 2,35$	1,91	2,49
Tag (C)	1 316 725,0	26	$M_3 = 50$ 643,27	$M_3/M_7 = 66,30$	1,49	1,74
Zeile · Spalte (AB)	27 282,4	27	$M_4 = 1$ 010,46	$M_4/M_7 = 1,34$	1,49	1,74
Zeile · Tag (AC)	152 659,0	78	$M_5 = 1$ 957,17	$M_5/M_7 = 2,58$	1,31	1,45
Spalte · Tag (BC)	476 256,0	234	$M_6 = 2$ 035,28	$M_6/M_7 = 2,67$	1,20	1,29
Rest	536 257,0	702	$M_7 = 763,90$	.	.	.
Total	2 733 508,0	1 079	.	.	.	.

1) Zur Bildung der MQ-Relationen vgl. z. B. HUITSON, A., a.a.O., S. 16f.

Die Glieder a_i^A (Zeilen-Haupteffekt) und a_j^B (Spalten-Haupteffekt) sowie a_{ij}^{AB} (Wechselwirkungseffekt Zeile • Spalte) repräsentieren nach wie vor feste Effekte, denn es gibt ja nur $z = 4$ Zeilen und $s = 10$ Spalten. Das Glied α_k^C , das die Haupteffekte des Faktors Tag repräsentiert, verkörpert hingegen eine Zufallsvariable, da die $t = 27$ Ebenen des Faktors Tag aus einer Vielzahl möglicher Tage (mit zufälligen Werten der Milchergiebigkeit) stammen. Die Glieder m_{ik}^{AC} und m_{jk}^{BC} repräsentieren dementsprechend gemischte Wechselwirkungseffekte. Bei Ansatz 3.4 handelt es sich also um ein Modell mit gemischten Effekten. Wegen der nunmehr sich ergebenden einfachen Zellenbesetzung können Tests auf Homogenität und Normalität des Versuchsfehlers (vgl. S.) nicht angewendet werden. Allerdings besteht kein Zweifel daran, daß bei dem jetzt zugrunde gelegten Modell 3.4 die oben genannten Voraussetzungen der Varianzanalyse nicht hinreichend erfüllt wären.

Tabelle 3-3 zeigt zunächst, daß der Restgrößenausdruck M_7 gegenüber M_4 in Tabelle 3-2 nochmals wesentlich reduziert ist. Weiterhin ist zu ersehen, daß neben den bereits erfahrungsmäßig hinlänglich bekannten Haupteffekten des Faktors Tag (= Milchergiebigkeit) auch die Haupteffekte der beiden Faktoren Zeile und Spalte signifikante bzw. hochsignifikante Unterschiede aufweisen. Ferner ergibt sich mit Hilfe des Ansatzes der Dreifach-Klassifikation, daß zwischen den Faktoren Tag und Zeile bzw. Tag und Spalte hochsignifikante Wechselwirkungseffekte bestehen.

Für die 4 Ebenen des Faktors Zeile errechnen sich folgende marginalen Mittelwerte:

$$\begin{aligned}\bar{x}_{1..} &= 1369,70 \text{ g,} \\ \bar{x}_{2..} &= 1342,41 \text{ g,} \\ \bar{x}_{3..} &= 1341,33 \text{ g und} \\ \bar{x}_{4..} &= 1365,50 \text{ g;}\end{aligned}$$

ihre Differenzen sind in Tabelle 3-4 zusammengestellt.

Mit Hilfe des TUKEY-Tests, einem Testverfahren für multiple Mittelwertsvergleiche, soll beurteilt werden, welche Einzeldifferenzen signifikant von null verschieden sind.¹⁾ Hierbei zeigt sich, daß zwischen den Außen-Zeilen

$|\bar{x}_{1..} - \bar{x}_{4..}|$ ebenso wie zwischen den Innen-Zeilen $|\bar{x}_{2..} - \bar{x}_{3..}|$ keine signifikanten Unterschiede vorhanden sind, daß aber die Außen-Zeilen systematisch schwerere Rohkäse liefern als die Innenzeilen.

Für die 10 Ebenen des Faktors Spalte ergeben sich in gleicher Weise folgende marginalen Mittelwerte:

$\bar{x}_{. 1.}$	=	1345,65 g,
$\bar{x}_{. 2.}$	=	1350,83 g,
$\bar{x}_{. 3.}$	=	1357,22 g,
$\bar{x}_{. 4.}$	=	1352,18 g,
$\bar{x}_{. 5.}$	=	1362,78 g,
$\bar{x}_{. 6.}$	=	1366,20 g,
$\bar{x}_{. 7.}$	=	1355,00 g,
$\bar{x}_{. 8.}$	=	1353,61 g,
$\bar{x}_{. 9.}$	=	1358,05 g und
$\bar{x}_{. 10.}$	=	1345,83 g;

ihre Differenzen sind in Tabelle 3-5 ebenfalls zusammen-

1) Als Prüfgröße verwendet man (nach WEBER, E., a.a.O., S. 258ff.):

$$\Delta_{\max. \alpha} = T \cdot \sqrt{MQI} = \sqrt{\frac{MQI}{r}} \cdot q_{(1-\alpha; k; n-k)} ;$$

wobei: $k = z = 4;$
 $n = z \cdot s \cdot t = 1080;$
 $r = s \cdot t = 270;$
 $MQI = M_5 = 1957,17;$

womit: $\Delta_{\max. 0,05} = 4,92; \Delta_{\max. 0,01} = 5,96 .$

gestellt. Hierbei ergibt der TUKEY-Test,¹⁾ daß signifikante Unterschiede nur zwischen den Größen $|\bar{x}_{.6.} - \bar{x}_{.10.}|$ und zwischen $|\bar{x}_{.6.} - \bar{x}_{.1.}|$ zu verzeichnen sind.

Bei näherer Betrachtung der Reihe der marginalen Spaltenmittelwerte stellt sich die Frage, ob nicht die 5 inneren Spaltenmittel in Vergleich zu den Außenpartien wesentlich höhere Werte aufweisen. Daher werden folgende Kontraste L_1 und L_2 gebildet:

$$\begin{aligned} L_1 &= (\bar{x}_{.1.} + \bar{x}_{.2.} + \bar{x}_{.8.} + \bar{x}_{.9.} + \bar{x}_{.10.}) - \\ &\quad (\bar{x}_{.3.} + \bar{x}_{.4.} + \bar{x}_{.5.} + \bar{x}_{.6.} + \bar{x}_{.7.}) = \\ &= -39,40; \end{aligned}$$

(3.5)

$$\begin{aligned} L_2 &= (\bar{x}_{.1.} + \bar{x}_{.2.} + \bar{x}_{.3.} + \bar{x}_{.9.} + \bar{x}_{.10.}) - \\ &\quad (\bar{x}_{.4.} + \bar{x}_{.5.} + \bar{x}_{.6.} + \bar{x}_{.7.} + \bar{x}_{.8.}) = \\ &= 32,18. \end{aligned}$$

Zur Beurteilung dieser mehr als zwei Mittelwerte umfassenden Ausdrücke bietet sich der SCHEFFÉ-Test an, der für kompliziertere Kontraste im allgemeinen trennschärfer ist als die TUKEY-Methode. Der SCHEFFÉ-Test bestätigt, daß zwischen den in den Kontrastausdrücken dargestellten marginalen Außen- und Innen-Mittelwerten ein hochsignifikanter (L_1)

1) Wobei: $k = s = 10$;
 $n = z \cdot s \cdot t = 1080$;
 $r = z \cdot t = 108$;
 $MQI = M_6 = 2035,28$;

womit: $\Delta_{\max. 0,05} = 19,6$; $\Delta_{\max. 0,01} = 22,7$.

Tabelle 3-6: Wechselwirkungen zwischen Tag und Zeilen- bzw. Spaltengruppen.

Versuchstag Nr.	Zeildifferenz ¹⁾ (außen g) I	Spaltendifferenz ²⁾ (außen g) II	Chargen- varianz ²⁾ (g) III	Ø Gewicht nach Salzbad (g) IV	Ø Trockenmassegehalt nach Salzbad ³⁾ (%) V
1	- 10	- 330	(27,40) ²	1 356,75	42,17
2	+ 140	- 320	(28,12) ²	1 417,00	41,49
3	+ 640	- 830	(40,57) ²	1 395,25	42,86
4	+ 620	+ 900	(40,10) ²	1 426,50	41,97
5	+ 380	- 200	(43,00) ²	1 382,00	41,26
6	+ 650	- 430	(36,15) ²	1 385,75	41,98
7	- 190	- 110	(28,73) ²	1 312,75	44,11
8	+ 600	- 600	(45,57) ²	1 310,50	44,26
9	+ 550	+ 170	(37,95) ²	1 308,25	44,33
10	+ 630	- 270	(42,15) ²	1 320,75	43,60
11	+ 1 080	- 40	(44,75) ²	1 328,50	42,00
12	+ 420	- 460	(33,27) ²	1 379,00	42,24
13	+ 450	- 70	(31,29) ²	1 358,25	42,75
14	+ 950	+ 130	(36,10) ²	1 342,75	42,65
15	+ 580	- 120	(24,02) ²	1 348,50	43,41

Tabelle 3-6: Wechselwirkungen zwischen Tag und Zeilen- bzw. Spaltengruppen (Fortsetzung).

Versuchs- tag Nr.	Zeilendifferenz ¹⁾ (außen (g) I	Spaltendifferenz ²⁾ (außen (g) II	Chargen- varianz (g) ² III	Ø Gewicht nach Salzbad (g) IV	Ø Trockenmassegehalt nach Salzbad ³⁾ (%) V
16	+	- 200	(31,78) ²	1 365,50	43,42
17	+	+ 70	(31,37) ²	1 369,75	43,47
18	+	- 580	(36,60) ²	1 348,00	44,25
19	+	- 240	(32,68) ²	1 283,00	47,10
20	+	+ 180	(38,21) ²	1 362,50	42,35
21	+	+ 625	(45,04) ²	1 347,88	44,30
22	+	- 270	(36,19) ²	1 389,25	42,78
23	+	- 200	(34,71) ²	1 385,00	42,81
24	+	+ 550	(39,92) ²	1 356,25	42,01
25	+	- 550	(35,50) ²	1 326,25	42,54
26	+	- 390	(31,50) ²	1 322,25	41,24
27	+	- 670	(45,22) ²	1 323,75	43,87
Ø	+	- 157,59	(36,40) ²	1 354,74	43,01

1) = $(\bar{x}_{1..} + \bar{x}_{4..}) - (\bar{x}_{2..} + \bar{x}_{3..})$.

2) = $(\bar{x}_{1.} + \bar{x}_{2.} + \bar{x}_{8.} + \bar{x}_{9.} + \bar{x}_{10.}) - (\bar{x}_{3.} + \bar{x}_{4.} + \bar{x}_{5.} + \bar{x}_{6.} + \bar{x}_{7.})$.

3) Diese Werte sind über den Zusammenhang mit Trocknungsverlust und Trockenmassegehalt der packreifen Käse rekonstruiert (vgl. dazu S. 63).

bzw. signifikanter (L_2) Unterschied besteht.¹⁾ Die hier verwendete Art der Kontrastbildung eignet sich auch für die Veranschaulichung und Interpretation der Wechselwirkungseffekte. In Tabelle 3-6 werden die jeweiligen Haupteffekte durch die Mittelwerte (+514,63 g bzw. -157,59 g) der Zeilen- bzw. Spaltendifferenzen repräsentiert, während die Wechselwirkungen durch die Verschiedenheiten der je 27 Einzeldifferenzen zum Ausdruck kommen.

Die Existenz zunächst vermuteter Zusammenhänge zwischen den Tabellenspalten I, II und III einerseits und IV, V andererseits können durch Korrelationsrechnungen nicht bestätigt werden.²⁾ Dies bedeutet, daß die schwankenden

- 1) Als Prüfgröße verwendet man (vgl. WEBER, E., a.a.O., S. 260ff.; vgl. auch SACHS, L., a.a.O., S. 492ff.):

$$\Delta_{\max, \alpha} = S \cdot \hat{\sigma}_L = \sqrt{(k-1) \cdot F_{(1-\alpha; k-1; n-k)} \cdot MQI \cdot \sum_j \frac{c_j^2}{r_j}};$$

wobei: $k = s = 10$;
 $n = z \cdot s \cdot t = 1080$;
 $r_j = r = z \cdot t = 108$;
 $c_j = c = 1$;
 $MQI = M_6 = 2035,28$;

womit: $\Delta_{\max, 0,05} = 27,9$; $\Delta_{\max, 0,01} = 35,8$.

- 2) Im einzelnen ergeben sich folgende Korrelationskoeffizienten:

Wertepaargruppe	Korrelationskoeffizient r
I, IV	- 0,0771
I, V	0,0036
II, IV	0,2437
II, V	- 0,0353
III, IV	- 0,1195
III, V	0,0456

Da sich mit Hilfe der FISHERschen z-Transformation für den größten Korrelationskoeffizienten $r=0,2437$ ein Konfidenzintervall $-0,28 < p < 0,65$ (bei $\alpha=0,01$) errechnet, können auch alle anderen Korrelationskoeffizienten als nicht signifikant von null verschieden betrachtet werden. Vgl. PFANZAGL, J.: Allgemeine Methodenlehre der Statistik II, 4. Aufl., Sammlung Götschen, Bd. 746/746a, Berlin 1967, S. 272f.
Vgl. SACHS, L., a.a.O., S. 415ff.

Zeilen- und Spaltendifferenzen und Chargenvarianzen nicht durch den Faktor Milch zu erklären sind. Es müssen vielmehr andere unkontrollierte Verschiebungseinflüsse von Versuchstag zu Versuchstag vorhanden sein.

Diese dürften hinsichtlich der Zeilendifferenzen primär beim *B e d i e n u n g s p e r s o n a l* zu suchen sein, dem nach dem Auskippen die hilfsweise manuelle Verteilung der Käsemasse auf die vier Zeilen des Fülltrichters obliegt. Offensichtlich wird an den verschiedenen Versuchstagen nicht mit gleichbleibender Sorgfalt gearbeitet. Ganz klar aber bleibt die in Tabelle 3-4 nachgewiesene Tendenz, die äußeren Zeilen mit mehr Käsemasse zu versorgen als die inneren (Haupteffekt des Faktors Zeile). Bei entsprechender Aufklärung und Überwachung des Käseereipersonals dürften sich die Haupt- und Wechselwirkungseffekte des Faktors Zeile wesentlich einschränken lassen.

Beim Faktor Spalte liegt das Gewicht weniger auf dem in Tabelle 3-3 ebenfalls als signifikant nachgewiesenen Haupteffekt, als vielmehr bei den vergleichsweise großen Wechselwirkungseffekten *Spalte · Tag*. Daraus muß geschlossen werden, daß die *l ä n g s a x i a l e T r e n n u n g* der *W a n n e* in 10 Abteilungen eine *u n v o l l k o m m e n e W i r k u n g* hat; dieser Mangel sollte sich jedoch durch eine Verstärkung und konstruktive Veränderung der einsetzbaren Trennschotengarnitur abstellen lassen.

Um eine zahlenmäßige Vorstellung von der relativen Bedeutung der einzelnen gezeigten Effekte und der eventuell erreichbaren Varianzreduzierung des Ausfüllverfahrens I zu bekommen, wird zum Schluß die Gesamtvarianz des Versuches in ihre Komponenten zerlegt.¹⁾ In Tabelle 3-7

1) Vgl. DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 644ff.
Vgl. PFANZAGL, J., a.a.O., S. 235ff.

Tabelle 3-7: Erwartungswerte der MQ; gemischtes Modell (A und B fix, C zufällig).

Variationsursache	MQ	E(MQ)
Zeile (A) (i=1 ... z)	$M_1 = 60\ 436,10$	$\sigma^2 + \frac{z \cdot s}{z-1} \cdot \sigma_{AC}^2 + \frac{z \cdot t \cdot s}{z-1} \cdot \sigma_A^2$
Spalte (B) (j=1 ... s)	$M_2 = 4\ 780,14$	$\sigma^2 + \frac{s \cdot z}{s-1} \cdot \sigma_{BC}^2 + \frac{s \cdot t \cdot z}{s-1} \cdot \sigma_B^2$
Tag (C) (k=1 ... t)	$M_3 = 50\ 643,27$	$\sigma^2 + s \cdot z \cdot \sigma_C^2$
Zeile Spalte (AB)	$M_4 = 1\ 010,46$	$\sigma^2 + \frac{s \cdot z \cdot t}{(s-1)(z-1)} \cdot \sigma_{AB}^2$
Zeile Tag (AC)	$M_5 = 1\ 957,17$	$\sigma^2 + \frac{z \cdot s}{z-1} \cdot \sigma_{AC}^2$
Spalte Tag (BC)	$M_6 = 2\ 035,28$	$\sigma^2 + \frac{s \cdot z}{s-1} \cdot \sigma_{BC}^2$
Rest	$M_7 = 763,90$	σ^2

Tabelle 3-8: Gleichungen zur Berechnung der Schätzwerte der signifikant von null verschiedenen Varianzkomponenten ($z=4$; $s=10$; $t=27$; σ_{AB}^2 nicht signifikant von null verschieden; bezüglich Signifikanzprüfung vgl. Tabelle 3-3).

$\hat{\sigma}_A^2$	$= (M_1 - M_5) \cdot (z - 1) / (z \cdot t \cdot s) =$	$162,441 = (12,745)^2$
$\hat{\sigma}_B^2$	$= (M_2 - M_6) \cdot (s - 1) / (s \cdot t \cdot z) =$	$22,873 = (4,782)^2$
$\hat{\sigma}_C^2$	$= (M_3 - M_7) / (s \cdot z) =$	$1\,246,984 = (35,312)^2$
$\hat{\sigma}_{AC}^2$	$= (M_5 - M_7) \cdot (z - 1) / (z \cdot s) =$	$89,495 = (9,460)^2$
$\hat{\sigma}_{BC}^2$	$= (M_6 - M_7) \cdot (s - 1) / (s \cdot z) =$	$296,061 = (16,913)^2$
$\hat{\sigma}_{Rest}^2$	$= M_7 =$	$763,899 = (27,638)^2$
$\hat{\sigma}_{Total}^2$	$=$	$2\,571,753 = (50,712)^2$
$\% \hat{\sigma}_C^2$	$=$	$1\,246,984 = (35,312)^2$
$\hat{\sigma}_I^2$	$=$	$1\,324,769 = (36,397)^2$

sind die Mittleren Quadrate (MQ) aus Tabelle 3-3 übernommen. Daneben stehen deren Erwartungswerte $E(MQ)$, die sich aufgrund des verwendeten Modellansatzes ergeben.¹⁾ Mit Hilfe dieser $E(MQ)$ lassen sich die Schätzwerte der einzelnen Varianzkomponenten in Tabelle 3-8 berechnen.²⁾ Zieht man von $\hat{\sigma}_{\text{Total}}^2$ die durch die Milchschwankungen entstandene Komponente $\hat{\sigma}_C^2$ (= Haupteffekte des Faktors Tag) ab, ergibt sich für die dem eigentlichen Ausfüllvorgang I zuzurechnende Varianz³⁾ $\hat{\sigma}_I^2 = s_I^2 = (36,397 \text{ g})^2$. Bei Ausschaltung aller Haupt- und Wechselwirkungseffekte würde eine Restvarianz $\hat{\sigma}_{\text{Rest}}^2 = (27,638 \text{ g})^2$ übrigbleiben. Dieser Wert wird praktisch nicht erreichbar sein, aber bei entsprechenden Korrekturmaßnahmen, d. h. insbesondere Schulung des Bedienungspersonals und technische Änderungen an den Wannen, dürfte eine Verringerung der Gesamtstreuung des Ausfüllverfahrens I um knapp 20% auf $s_I^2 \text{ korr.} = (30 \text{ g})^2$ im Bereich des Möglichen liegen.

Nach der Analyse der Gewichtsschwankungen der Rohkäse sollen nun deren Trockenmasse- und Fett i.T.-Gehaltsstreuungen untersucht werden. Wie bereits erwähnt, ist es aus untersuchungstechnischen Gründen unmöglich, einen Käse vor seiner Fertigstellung auf seinen Trockenmassegehalt analytisch zu prüfen. Zur überschlägigen Ermittlung der

-
- 1) Vgl. HUITSON, A., a.a.O., S. 29f.
Vgl. DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 653ff., auch S. 877ff.
Aus Tabelle 3-7 wird außerdem unmittelbar einsichtig, wie die für den Signifikanztest benötigten MQ-Relationen in Tabelle 3-3 zustandekommen.
 - 2) Tabelle 3-8 enthält nur signifikant von null verschiedene Varianzkomponenten (vgl. DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 648).
 - 3) Vgl. in Tabelle 3-6 den Mittelwert der Einzelvarianzen.

Schwankungen des T r o c k e n m a s s e g e h a l t e s , die auf das Ausfüllen der Käsemasse zurückzuführen sind, wird folgender Umweg beschritten: 85 Käse werden vor der Trocknungsphase zufällig ausgewählt, gewogen und bezeichnet; nach Beendigung des Trocknungsprozesses werden diese nunmehr packreifen Käse wieder gewogen und analytisch auf ihren Trockenmassegehalt bestimmt. Über Trocknungsverlust und Trockenmassegehalt der packreifen Käse wird der Trockenmassegehalt der Käse vor Trocknung rekonstruiert.¹⁾ Aus diesen 85 Werten errechnet sich eine Standardabweichung $s = 1,13\%$. Demnach liegen entgegen den bisherigen Annahmen bereits im A u s f ü l l p r o z e ß bedeutende Ursachen für die Streuung des Trockenmassegehaltes des Endproduktes.

Damit taucht die Vermutung auf, daß diese starke Variabilität des Trockenmassegehaltes vielleicht nicht so sehr vom Ausfüllen der Käsemasse an sich, als vielmehr vom unterschiedlichen Auskühlen der Käseformen (Zusammenhang zwischen Temperatur und Molkeabgabe) herrühren könnte. Wäre dies der Fall, so müßte sich ein negativer Z u s a m m e n h a n g zwischen G e w i c h t und T r o c k e n m a s s e g e h a l t der Rohkäse nachweisen lassen. Als Korrelationskoeffizient errechnet sich $r = -0,197$; dieses Ergebnis kann allerdings nicht als signifikanter Nachweis eines echten negativen Zusammenhanges gewertet werden.²⁾

-
- 1) Es kann sich nur um ein approximatives Ergebnis handeln, da hierbei der Milchzuckerabbau (CO_2 etc.; vgl. Tabelle 2-1) nicht berücksichtigt wird.
 - 2) Das Konfidenzintervall für den wahren Korrelationskoeffizienten ρ liegt bei $+0,09 \geq \rho \geq -0,45$ und schließt somit $\rho = 0$ (= kein Zusammenhang) ein (vgl. PFANZAGL, A., a.a.O., S. 272f.).

Beim Einfüllen in die Formen ergeben sich Streuungen der Relation von Fett- und Käsestoffgehalt der eingebrachten Käsemasse. Wesentlicher Verursachungsfaktor ist die Aufrahmtendenz des spezifisch leichteren Fetts. Da sich dieses Problem selbst durch große Sorgfalt des Käsereipersonals nicht völlig beseitigen läßt, muß also immer mit einer gewissen Streuung des Fett i.T.-Gehalts der Käse innerhalb einer Tagesproduktion gerechnet werden. Zur Ermittlung dieser Streuung, die vom nachfolgenden Trocknungsprozeß uneinflußt bleibt, werden an 7 Tagen zwischen 40 und 65, insgesamt $n = 390$ analytische Fett i.T.-Bestimmungen an zufällig ausgewählten packreifen Käsen vorgenommen. Zwecks Ausschaltung von Tagesniveaudifferenzen saldieren wir die einzelnen Tageswerte wiederum mit ihrem jeweiligen Tagesmittel. Aus diesen insgesamt $n = 390$ Abweichungen errechnet sich die Standardabweichung zu $s = 0,412\%$.

3.2 Varianzanalyse des Ausfüllverfahrens II

Parallel zu den Erhebungen beim Ausfüllverfahren I werden auch insgesamt 1 080 vom klassischen Handschöpfen (= Ausfüllverfahren II) stammende Rohkäsegewichte erfaßt, um einen direkten Vergleich der Streuungen der beiden Verfahren zu ermöglichen. Dazu wiegt man an den $t = 27$ Versuchstagen aus jeweils $c = 2$ (von verschiedenen Personen geschöpften) Chargen je 20 Käse nach dem Salzbad. Da diese Rohkäse auf den Salzhornden ebenfalls in Form einer Matrix von $z = 4$ Zeilen und $s = 5$ Spalten liegen, werden die $z \cdot s \cdot c \cdot t = 4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 27 = 1\,080$ Werte in vierfacher Kreuzklassifikation festgehalten. Im Gegensatz zur Untersuchungssituation beim Verfahren I entspricht jedoch die Salzhorndenmatrix beim Verfahren II nicht der interessierenden Aus-

Ausfüllmatrix, die hier aus 9 Formensätzen (Spalten) à 3 Formen (Zeilen) gebildet wird. Aufgrund der Systematik, nach welcher die Rohkäse auf die Salzhorde gelangen, liegt aber eine Käsereihe, die sich beim Ausfüllvorgang in Zeilen-Richtung befunden hat, auch auf der Salzhorde in Zeilen-Richtung; entsprechendes gilt für die Spalten-Richtung. Damit können trotz der voneinander abweichenden Matrizenformen eventuelle unterschiedliche Effekte des Faktors Ausfüll-Zeile und des Faktors Ausfüll-Spalte grundsätzlich mit Hilfe der Varianzanalyse erfaßt werden. Allerdings kann man nicht, wie beim Verfahren I, eine bestimmte Zeilen-Nummer auf der Salzhorde-Matrix (1, 2, 3 oder 4) einer bestimmten Zeilen-Nummer der Ausfüll-Matrix (1, 2 oder 3) zuordnen; das gleiche gilt für die Spalten-Nummern. Damit stellen die $z = 4$ bzw. $s = 5$ Ebenen des Faktors Zeile bzw. des Faktors Spalte hinsichtlich der Ausfüll-Matrix nicht mehr feste Faktorausprägungen mit jeweils konstanter Wirkung dar. Wir haben diese Ebenen vielmehr als zufällige Auswahl aus den möglichen Ausfüll-Zeilen bzw. Ausfüll-Spalten und ihre Wirkungen, ebenso wie die Chargen- und Tageseffekte, als Modell II-(= Zufalls-)Effekte aufzufassen.¹⁾ Wir verwenden daher für die Varianzanalyse des beim klassischen Handschöpfen erhaltenen Datenmaterials ein reines Zufalls-Effekt-Modell mit vierfacher Kreuzklassifikation folgender Form:

1) Allgemein gilt, daß wesentliche Effekte in Fixmodellen eine höhere Wahrscheinlichkeit haben entdeckt zu werden als Effekte gleicher Größe in Zufalls-Modellen (vgl. z. B. DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 556ff.).

Tabelle 3-9: Tafel der Varianzanalyse für Vierfach-Kreuzklassifikation (reines Zufalls-Modell).

Variationsursache	SQ	FG	MQ	MQ-Relation	F-Wert $\alpha=0,05$ $\alpha=0,01$	Signifikanz
Zeile (A)	12 511,9	3	$M_1 = 4$	M_1/M_{15}	2,63	3,85
Spalte (B)	18 428,1	4	$M_2 = 4$	M_2/M_8	6,39	15,98
Charge (C)	14 190,8	1	$M_3 = 14$	$M_3/(M_{10}+M_8-M_{14})$	6,61	16,26
Tag (D)	1 853 209,0	26	$M_4 = 71$	M_4/M_{10}	1,93	2,55
Wechselwirkung (AB)	16 924,0	12	$M_5 = 1$	M_5/M_{15}	1,79	2,25
Wechselwirkung (AC)	4 870,0	3	$M_6 = 1$	M_6/M_{15}	2,63	3,85
Wechselwirkung (AD)	82 950,0	78	$M_7 = 1$	M_7/M_{15}	1,34	1,51
Wechselwirkung (BC)	64 794,9	4	$M_8 = 16$	M_8/M_{14}	2,46	3,50
Wechselwirkung (BD)	309 412,0	104	$M_9 = 2$	M_9/M_{14}	1,39	1,59
Wechselwirkung (CD)	153 158,0	26	$M_{10} = 5$	M_{10}/M_{14}	1,62	1,96
Wechselwirkung (ABC)	13 333,3	12	$M_{11} = 1$	M_{11}/M_{15}	1,79	2,25
Wechselwirkung (ABD)	460 783,0	312	$M_{12} = 1$	M_{12}/M_{15}	1,22	1,32
Wechselwirkung (ACD)	117 001,0	78	$M_{13} = 1$	M_{13}/M_{15}	1,34	1,51
Wechselwirkung (BCD)	329 253,0	104	$M_{14} = 3$	M_{14}/M_{15}	1,29	1,44
Rest	431 217,0	312	$M_{15} = 1$	.	.	.
Total	3 882 032,0	1079	.	.	.	.

Tabelle 3-10: Tafel der Erwartungswerte der Mittleren Quadrate $E(MQ)$; (reines Zufalls-Modell mit unendlichen Grundgesamtheiten der vier Faktoren ¹⁾).

Variationsursache	MQ	$E(MQ)$
Zeile (A) ($i=1 \dots z$)	$M_1 = 4 \ 170,63$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD} + \cancel{s \cdot c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot A}$
Spalte (B) ($j=1 \dots s$)	$M_2 = 4 \ 607,03$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD} + \cancel{s \cdot c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot B}$
Charge (C) ($k=1 \dots c$)	$M_3 = 14 \ 190,81$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD} + \cancel{s \cdot c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot C}$
Tag (D) ($l=1 \dots t$)	$M_4 = 71 \ 277,25$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD} + \cancel{s \cdot c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot D}$
Wechselwirkung (AB)	$M_5 = 1 \ 410,34$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD}$
Wechselwirkung (AC)	$M_6 = 1 \ 623,33$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD}$
Wechselwirkung (AD)	$M_7 = 1 \ 063,46$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD}$
Wechselwirkung (BC)	$M_8 = 16 \ 198,71$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD}$
Wechselwirkung (BD)	$M_9 = 2 \ 975,12$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD}$
Wechselwirkung (CD)	$M_{10} = 5 \ 890,69$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD}$
Wechselwirkung (ABC)	$M_{11} = 1 \ 111,10$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD}$
Wechselwirkung (ABD)	$M_{12} = 1 \ 476,87$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD}$
Wechselwirkung (ACD)	$M_{13} = 1 \ 500,01$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD}$
Wechselwirkung (BCD)	$M_{14} = 3 \ 165,89$	$\sigma^2 + \cancel{t \cdot \sigma^2 \cdot ABC} + \cancel{c \cdot \sigma^2 \cdot ABD} + \cancel{s \cdot \sigma^2 \cdot ACD} + \cancel{c \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AB} + \cancel{s \cdot t \cdot \sigma^2 \cdot AC} + \cancel{s \cdot c \cdot \sigma^2 \cdot AD}$
Rest	$M_{15} = 1 \ 382,11$	σ^2

1) Der Einbau von Korrekturfaktoren für endliche Grundgesamtheiten erscheint nicht notwendig, da die Grundgesamtheiten aller vier Faktoren relativ groß sind. Vgl. dazu DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 656f.

$$\begin{aligned}
 y_{ijkl} = & \mu + \alpha_i^A + \alpha_j^B + \alpha_k^C + \alpha_l^D + \alpha_{ij}^{AB} + \alpha_{ik}^{AC} + \\
 & + \alpha_{il}^{AD} + \alpha_{jk}^{BC} + \alpha_{jl}^{BD} + \alpha_{kl}^{CD} + \alpha_{ijk}^{ABC} + \\
 (3.6) \quad & + \alpha_{ijl}^{ABD} + \alpha_{ikl}^{ACD} + \alpha_{jkl}^{BCD} + \epsilon_{ijkl};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (i=1 \dots z; j=1 \dots s; k=1 \dots c; l=1 \dots t; \\
 n=z \cdot s \cdot c \cdot t)
 \end{aligned}$$

Wie in den Gleichungen 3.1 und 3.4 zeigen die hochgestellten Index-Buchstaben die Haupteffekte bzw. die Wechselwirkungseffekte der Faktoren (A bedeutet Zeile, B Spalte, C Charge und D Tag).

Durch die Hinzunahme eines weiteren Faktors (Charge) erhöht sich gegenüber dem dreifach-klassifizierten Modell 3.4 die Anzahl der erfaßten Wechselwirkungen von drei auf zehn. Damit wirft die Signifikanzprüfung der einzelnen Effekte bereits erhebliche Probleme auf. Während nämlich Signifikanzprüfungen bei dreifach-klassifizierten Modellen meist noch schematisch vorgenommen werden können, kommt man bei der Bildung der zum Test benötigten MQ-Relationen in höher-klassifizierten Modellen nicht mehr ohne Zuhilfenahme der Erwartungswerte der Mittleren Quadrate $E(MQ)$ aus.

Die speziellen $E(MQ)$ für unser reines Zufalls-Effekt-Modell mit vierfacher Klassifikation sind in Tabelle 3-10 zusammengestellt; anhand dieser $E(MQ)$ werden die in Tabelle 3-9 aufgeführten MQ-Relationen schrittweise gebildet. Dabei wird im einzelnen wie folgt vorgegangen: Zuerst setzen wir die Mittleren Quadrate M_{11} , M_{12} , M_{13} und M_{15} , die neben dem Versuchsfehler lediglich die dreifachen (= höchstgradigen) Wechselwirkungen enthalten, jeweils in Testrelation mit M_{15} , dem Mittleren

Quadrat des Restes (= Versuchsfehler). Tabelle 3-9 zeigt, daß die MQ-Relation M_{14}/M_{15} den als Signifikanzschwelle (bei $\alpha = 0,01$) festgelegten F-Wert stark überschreitet, während die drei übrigen Relationen (M_{11}/M_{15} , M_{12}/M_{15} und M_{13}/M_{15}) unterhalb der Signifikanzschwellen bleiben. Das bedeutet, daß die Größe $z \cdot \sigma_{BCD}^2$ (Tabelle 3-10), welche die Dreifach-Wechselwirkung Spalte · Charge · Tag repräsentiert, hochsignifikant von null verschieden ist. Die die drei anderen Dreifach-Wechselwirkungen symbolisierenden Größen $t \cdot \sigma_{ABC}^2$, $c \cdot \sigma_{ABD}^2$ und $s \cdot \sigma_{ACD}^2$ sind hingegen als nicht signifikant von null verschieden zu betrachten und können daher in allen E(MQ)-Ausdrücken in Tabelle 3-10 gestrichen werden.

Im zweiten Schritt werden nun die Mittleren Quadrate M_5 bis M_{10} , die zusätzlich die Zweifach-Wechselwirkungen enthalten, getestet. Hierbei ist M_{15} oder M_{14} als Nenner zu verwenden, je nachdem, welche der beiden Größen jeweils eine Isolierung der sechs Zweifach-Wechselgrößen $c \cdot t \cdot \sigma_{AB}^2$, $s \cdot t \cdot \sigma_{AC}^2$, $s \cdot c \cdot \sigma_{AD}^2$, $z \cdot t \cdot \sigma_{BC}^2$, $z \cdot c \cdot \sigma_{BD}^2$ und $z \cdot s \cdot \sigma_{CD}^2$ bewirkt. Diesmal ergibt der F-Test eine signifikante Null-Verschiedenheit für $z \cdot t \cdot \sigma_{BC}^2$ und $z \cdot s \cdot \sigma_{CD}^2$, also für die Wechselwirkungen zwischen Spalte und Charge sowie zwischen Charge und Tag. Die vier übrigen Zweifach-Wechselwirkungsgrößen können wiederum in den E(MQ)-Ausdrücken der Tabelle 3-10 gestrichen werden.

Nun erst können wir den Signifikanztest der vier Hauptwirkungen durchführen. Wir verwenden dazu als Nenner wiederum die MQ-Werte, deren Erwartungswerte (nach den Streichungen) eine Aussonderung der Hauptwirkungsgrößen $s \cdot c \cdot t \cdot \sigma_A^2$, $z \cdot c \cdot t \cdot \sigma_B^2$, $z \cdot s \cdot t \cdot \sigma_C^2$ und $z \cdot s \cdot c \cdot \sigma_D^2$ ermöglichen. Bei der dritten Hauptwirkung ($C = Charge$) können wir die gewünschte Isolierung von $z \cdot s \cdot t \cdot \sigma_C^2$ nur dadurch erreichen, daß wir einen zusammen-

gesetzten Nenner, nämlich $(M_{10} + M_8 - M_{14})$ verwenden. Der zu dieser zusammengesetzten MQ-Größe gehörige Freiheitsgrad v_2 ist nach folgender Formel zu berechnen:¹⁾

$$(3.7) \quad v_2 = \frac{(M_{10} + M_8 - M_{14})^2}{\frac{(M_{10})^2}{FG_{10}} + \frac{(M_8)^2}{FG_8} + \frac{(M_{14})^2}{FG_{14}}} \approx 5.$$

Tabelle 3-11: Gleichungen zur Berechnung der Schätzwerte der signifikant von null verschiedenen Varianzkomponenten (A=Zeile; B=Spalte; C=Charge; D=Tag; z=4; s=5; c=2; t=27).

$\hat{\sigma}_A^2$	$= (M_1 - M_{15}) / (s \cdot c \cdot t) =$	$10,327 = (3,213)^2$
$\hat{\sigma}_D^2$	$= (M_4 - M_{10}) / (z \cdot s \cdot c) =$	$1\,634,663 = (40,430)^2$
$\hat{\sigma}_{BC}^2$	$= (M_8 - M_{14}) / (z \cdot t) =$	$120,674 = (10,985)^2$
$\hat{\sigma}_{CD}^2$	$= (M_{10} - M_{14}) / (z \cdot s) =$	$136,239 = (11,672)^2$
$\hat{\sigma}_{BCD}^2$	$= (M_{14} - M_{15}) / z =$	$445,947 = (21,117)^2$
$\hat{\sigma}_{Rest}^2$	$= M_{15}$	$= 1\,382,106 = (37,176)^2$
$\hat{\sigma}_{Total}^2$		$= 3\,729,956 = (61,073)^2$
$\% \hat{\sigma}_D^2$		$= 1\,634,663 = (40,430)^2$
$\hat{\sigma}_{II}^2$		$= 2\,095,293 = (45,774)^2$

1) Siehe SATTERTHWAITE, F.E.: An Approximative Distribution of Estimates of Variance Components; in: Biometrics, December 1946, S. 110-114.
Vgl. auch DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 605.
Vgl. auch HUITSON, A., a.a.O., S. 29.

Nach der letzten Stufe der Signifikanzprüfung, die signifikante Zeilen- und Tage-Effekte ergibt, können schließlich die Schätzwerte der signifikant von null verschiedenen Varianzkomponenten nach Tabelle 3-11 errechnet werden.¹⁾ Hier zeigt sich, daß die Zahlenwerte der durch die einzelnen Effekte hervorgerufenen Varianzkomponenten im Vergleich zur Restkomponente mit $\hat{\sigma}_{\text{Rest}}^2 = (37,176 \text{ g})^2$ gering sind. Ausnahmen bilden lediglich die nicht durch das Ausfüllverfahren bedingten Hauptwirkungen des Faktors Tag (= Milch) und die kaum mehr interpretierbare Dreifach-Wechselwirkung Spalte · Charge · Tag. Daher erscheint - trotz der im einzelnen nachgewiesenen signifikanten Effekte - eine Suche nach konkreten Verbesserungsmöglichkeiten kaum erfolgversprechend. Damit erweist sich das klassische Handschöpfen, für das sich nach Abzug des Streuungsbeitrages des Faktors Tag (= Milch) eine Gesamtvarianz von $\hat{\sigma}_{\text{II}}^2 = s_{\text{II}}^2 = (45,774 \text{ g})^2$ errechnet, dem mechanisierten Verfahren mit $s_{\text{I}}^2 = (36,397 \text{ g})^2$ hinsichtlich der Ausfüllgenauigkeit klar unterlegen.

3.3 FOURIER-Analyse des Ausfüllverfahrens III

Beim maschinellen Ausfüllverfahren III wird die Käsereimilch in einem auf Stelzen stehenden, zylindrischen 3000-l-Tank eingelabt und mittels eines rotierenden Schneidewerks zu Bruch verarbeitet. Dieser gelangt sodann durch eine spezielle, am Tankboden angebrachte Schleuse in insgesamt 67 aus je 5 Käseformen bestehende Formensätze, die auf einem unterhalb des Tankes verlaufenden Transportband

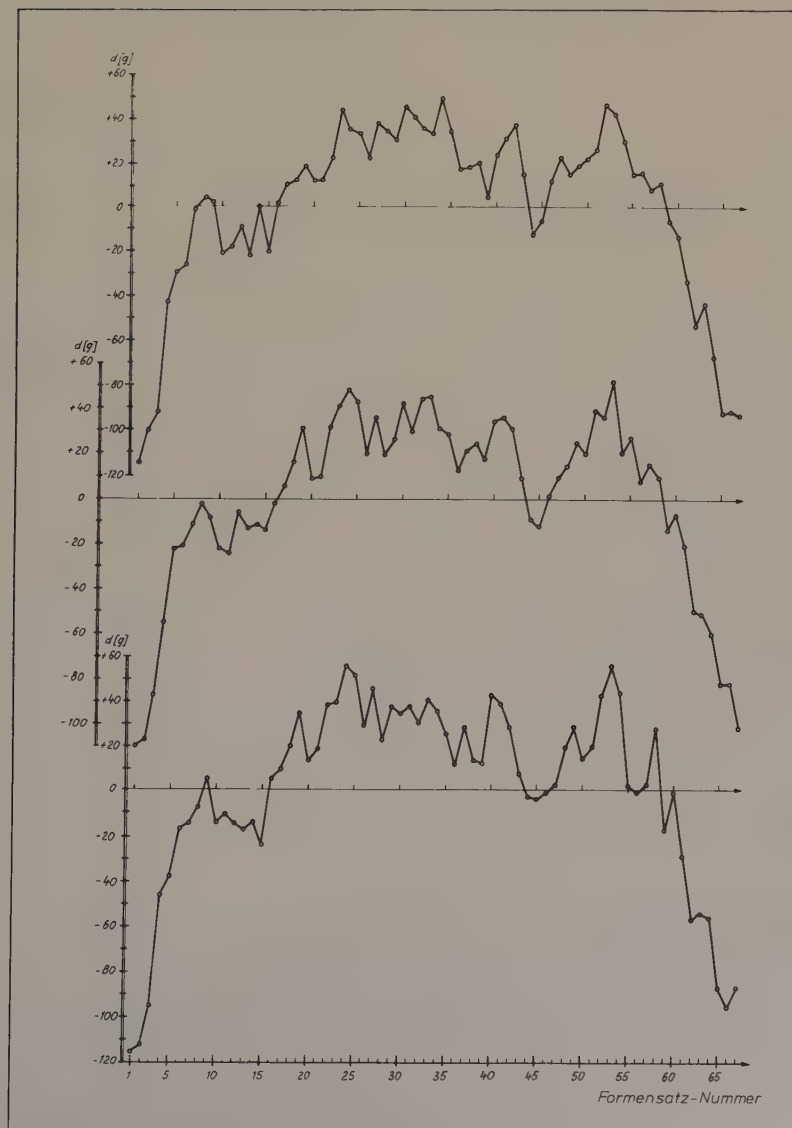
1) Eine Berechnung von marginalen Zeilen- und Spaltenmittelwerten als Schätzwerte für die einzelnen konkreten Hauptwirkungen dieser Faktoren ist beim reinen Zufallseffekt-Modell uninteressant, da hier wie gesagt die Hauptwirkungen nicht als Konstante, sondern als Ausprägungen einer Zufallsvariablen aufzufassen sind.

unmittelbar hintereinander mit konstanter Geschwindigkeit unter der Ausfüllöffnung vorbeigleiten. Während dieses etwa 12 Minuten dauernden Ausfüllprozesses sorgt ein langsam laufendes Rührwerk dafür, daß die Bruchwürfel in Schwebelage gehalten werden; damit soll ein gleichbleibendes Bruch-Molke-Gemisch gewährleistet werden. Um dem Einfluß der abnehmenden Füllhöhe des Tanks auf die Flußgeschwindigkeit des kontinuierlichen Bruchstromes entgegenzuwirken, wird dieser Behälter beim Ausfüllvorgang geschlossen und unter Vakuum gesetzt, dessen Stärke über eine spezielle Apparatur geregelt wird. Mit Hilfe dieser Einrichtung läßt sich die gewünschte Ausfüllzeit exakt einstellen. Auf die vorgewählte Ausfüllzeit wird die Bandgeschwindigkeit abgestimmt; einer Ausfüllzeit von z. B. $t = 12 \text{ min.}$ entspricht dabei eine konstante Bandgeschwindigkeit von $v = 4,7 \text{ cm/sec.}$

Zur Untersuchung der Gewichtsstreuung, die von diesem noch im Versuch befindlichen Ausfüllverfahren ausgeht, stehen Meßwerte von drei an verschiedenen Tagen durchgeführten Probeläufen zur Verfügung. Aus den jeweils $5 \cdot 67 = 335$ Rohkäsegewichten errechnen sich die (drei Versuchs-)Varianzen zu $s_1^2 = (46,975 \text{ g})^2$, $s_2^2 = (47,236 \text{ g})^2$ und $s_3^2 = (46,037 \text{ g})^2$. Die Durchschnittsvarianz aus diesen drei Probeläufen des Ausfüllverfahrens III beträgt $s_{III}^2 = (46,752 \text{ g})^2$. Damit ist das Verfahren III, was die Gleichmäßigkeit der Gewichte angeht, dem Ausfüllverfahren I mit $s_I^2 = (36,397 \text{ g})^2$ unterlegen und dem Verfahren II mit $s_{II}^2 = (45,774 \text{ g})^2$ gleichzustellen.

Wegen der großen Ausfüllmenge von ca. 3000-l - beim Verfahren I sind es ca. 380-l, beim Verfahren II ca. 250-l - ergibt sich beim Ausfüllverfahren III eine mit 12 Minuten vergleichsweise lange Ausfüllzeit. Innerhalb dieses Zeitraums ist bereits mit merklichen Veränderungen der auszufüllenden Käsemasse zu rechnen, die einerseits aus dem oben beschriebenen Rührvorgang (Bruch-Zerschlagung!) und andererseits aus dem

Abbildung 3-1: Schwankungen des mittleren Rohkäsegewichtes pro Formensatz-Nummer (1 bis 67); drei Probe-läufe des Ausfüllverfahrens III (d = Gewichts-abweichung vom jeweiligen Gesamtmittelwert aller Rohkäsegewichte eines Probelaufs).



kontinuierlich ansteigenden Säuregrad des Ausfüllgutes resultieren.¹⁾ Diese zeitlichen Veränderungen beeinflussen insbesondere die Stärke des Molkenablaufes im Zeitpunkt des Ausfüllens und damit die Bruch-Molke-Relation in den Käseformen. Ein solches variierendes Verhältnis schlägt sich seinerseits in einer unterschiedlichen Feuchtigkeitsabgabe der Rohkäse während ihrer eintägigen Lagerung vor dem Salzen und damit in Gewichtsunterschieden nieder.

Diese von den einzelnen Phasen des Ausfüllprozesses III abhängigen Schwankungen der Rohkäsegewichte sollen im folgenden untersucht werden. Da uns eventuelle Gewichtsunterschiede der 5 Käse innerhalb der Formensätze hier nicht interessieren sollen - solche Differenzen könnten durch Korrekturen an der Ausfüllöffnung des Tanks leicht behoben werden -, fassen wir die 5 Käsegewichte der einzelnen Formensätze zu Durchschnittswerten zusammen. Diesen ordnen wir die ihrer zeitlichen Reihenfolge entsprechenden Formensatz-Nummern (1 bis 67) zu. Die sich ergebenden Zyklen der drei Probeläufe sind in Abbildung 3-1 gezeigt; um die verschiedenen Niveaulagen der Läufe auszuschalten, sind hier nicht die Käsegewichte selbst, sondern deren Abweichungen (d) vom Gesamtmittelwert des jeweiligen Versuches dargestellt. Aus dem Verlauf dieser Zyklen kann geschlossen werden, daß sich Nachsäureeffekt und schwankende Bruchmengenverteilung überlagern und - wie vermutet - zu erheblichen periodischen Gewichtsunterschieden führen. Diese müßten jedenfalls noch stark eingeschränkt werden, wenn das Ausfüllverfahren III für die Praxis einsatzreif werden soll.

1) Dieser sogenannte Nachsäuerungseffekt stellt ein generelles Problem dar bei allen Verfahren, bei denen große Chargen über längere Zeiträume (länger als 5 bis 8 Minuten) ausgefüllt werden. Daraus erklären sich die starken Bestrebungen nach einer kontinuierlichen Bruchherstellung, die jedoch bisher über labormäßige Ansätze kaum hinausgekommen ist.

Eine befriedigende Nivellierung der zyklischen Gewichtsschwankungen läßt sich - insbesondere wegen des Nachsäuerungseffektes - durch eine *Nachlaufregelung*, die sich am Gewicht des jeweils zuletzt gefüllten Formensatzes orientieren würde, nicht bewerkstelligen. Daher soll versucht werden, dieses Ziel über eine mit dem zeitlichen Ablauf des Ausfüllprozesses III synchronisierte *Programmsteuerung* zu erreichen, deren starre Kennlinie aufgrund von Erfahrungswerten konstruiert ist. Diese Art der Steuerung erscheint hier deshalb aussichtsreich, weil die drei gezeigten Zyklen trotz mehrwöchiger Versuchsabstände hinsichtlich Maximaldifferenz und Verlauf einander erstaunlich ähnlich sind. Daher dürfen wir annehmen, daß künftige periodische Gewichtsschwankungen des Ausfüllverfahrens III ebenfalls durch den Verlauf dieser drei Zyklen charakterisiert werden können.

Zur Konstruktion einer *Steuerungskennlinie* wollen wir durch die drei Zyklen der Probeläufe eine gemeinsame, parametrisch bestimmbare, stetige Kurve legen. Da für diese Approximation kein elementarer Funktionstyp - außer notfalls der Ellipse - brauchbar erscheint, soll hier ein Polynom, und zwar im Hinblick auf die Periodizität der Gewichtsschwankungen ein *trigonometrisches Polynom*, verwendet werden.

Eine gegebene empirische periodische Kurve oder Punktfolge $y(x)$ der Periodenlänge T kann über die Bildung einer trigonometrischen Reihe¹⁾ durch das Polynom

1) Ein algebraisches Polynom wird im Gegensatz hierzu durch eine Potenzreihe gebildet.

$$\begin{aligned}
 s_n(x) = & \frac{1}{2} a_0 + a_1 \cdot \cos \omega x + a_2 \cdot \cos 2 \omega x + \dots \\
 & + a_n \cdot \cos n \omega x + b_1 \cdot \sin \omega x + \\
 (3.8) \quad & + b_2 \cdot \sin 2 \omega x + \dots + b_n \cdot \sin n \omega x,
 \end{aligned}$$

oder

$$s_n(x) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_1^n a_k \cdot \cos k \omega x + \sum_1^n b_k \cdot \sin k \omega x$$

angenähert werden.¹⁾ Hierzu sind $a_0, a_1, a_2 \dots a_n$ sowie $b_1, b_2 \dots b_n$ Konstante und n der Grad des Polynoms. x ist die unabhängige (Zeit-)Variable (wobei $0 \leq x \leq T$) und T bedeutet die Periodenlänge. ω ist als $2\pi/T$ definiert, d. h. die Periodenlänge T wird auf 2π normiert.

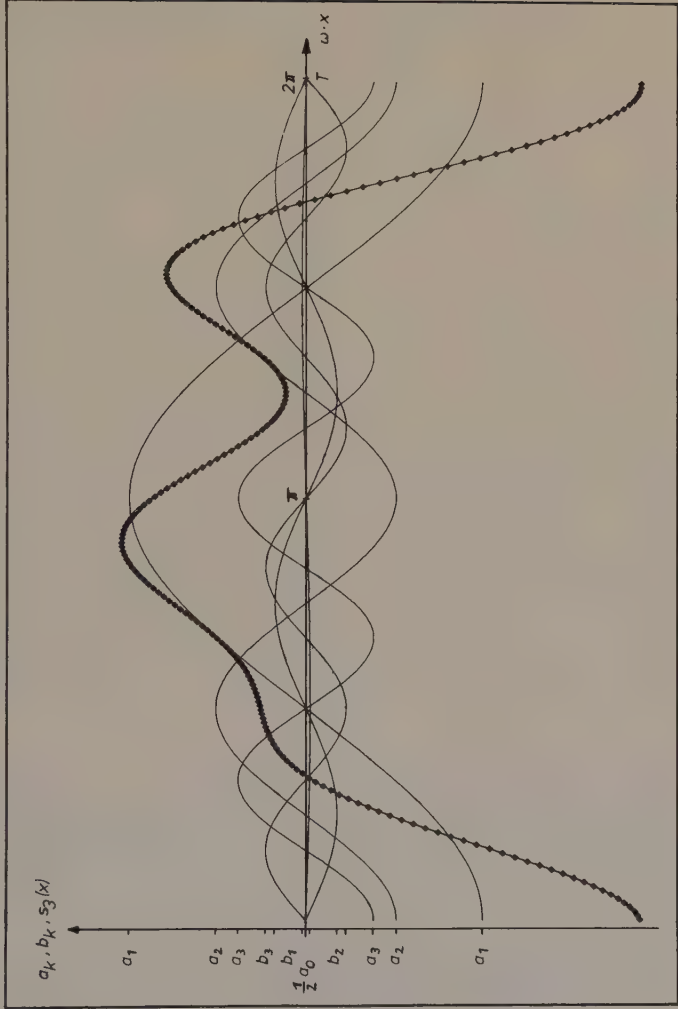
Geometrisch läuft die Bildung einer trigonometrischen Reihe darauf hinaus, daß einer zur Abszissenachse parallelen Geraden, deren Höhenlage dem Mittel der Ordinatenwerte des empirischen Zyklus entspricht ($\bar{y} = \frac{1}{2} a_0$), Sinuswellen überlagert werden. Deren Wellenlängen nehmen mit jeder Graderhöhung von n auf $n+1$ schrittweise entsprechend einer Harmonischen Reihe ($1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \dots \frac{1}{n} \dots$) ab, sind also sämtlich ganzzahlige Bruchteile von 2π . Die Koeffizienten a_k und b_k ($k=1 \dots n$) stellen die Amplitudenhöhen der jeweiligen Kosinus- und Sinuswellen dar. Diese Zusammenhänge sind zur Veranschaulichung in Abbildung 3-2 nochmals graphisch dargestellt.²⁾

-
- 1) Siehe BRONSTEIN, J.N./SEMENDJAJEW, K.A.: Taschenbuch der Mathematik, 7. Aufl., Verlag Harri Deutsch, Zürich/ Frankfurt/M. 1967, S. 473f.
 - 2) Abbildung 3-2 ist mit Hilfe eines computergesteuerten Zeichengerätes (plotter) angefertigt.

Abbildung 3-2: Darstellung des Zustandekommens einer trigonometrischen Summenfunktion 3-ten Grades

$$s_3(x) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{k=1}^3 a_k \cdot \cos k\omega x + \sum_{k=1}^3 b_k \cdot \sin k\omega x,$$

wobei: $\omega = 2\pi / T$, T = Periodenlänge und x = unabhängige (Zeit-)Variable ($0 \leq x \leq T$).



Durch die sich harmonisch verkürzenden Wellenlängen und durch geeignete Wahl der Amplitudenhöhen a_k und b_k paßt sich das Polynom $s_n(x)$ mit wachsendem Polynomgrad n immer besser an die empirische Kurve $y(x)$ an. Eine solche Auflösung einer gegebenen Wellenlinie in Sinuswellen bezeichnet man allgemein als **H a r m o n i s c h e A n a l y s e**, da sie aufs engste mit der Frage zusammenhängt, wie man einen gegebenen Ton aus Grundton und Obertönen zusammensetzen kann.¹⁾

Will man nun den empirischen Zyklus $y(x)$ nach der **M e t h o d e d e r k l e i n s t e n Q u a d r a t e** approximieren, also bei gegebenem Polynomgrad n den mittleren quadratischen Fehler minimieren,²⁾ muß man für die Konstanten a_k und b_k die sogenannten **FOURIER-Koeffizienten** α_k und β_k berechnen. Damit wird das allgemeine trigonometrische Polynom 3.8 zum **FOURIER-Polynom** und die **Harmonische Analyse** zur **F O U R I E R - A n a l y s e**.³⁾

Die **FOURIER-Analyse** wird insbesondere in der **P h y s i k** und **E l e k t r o n i k** dazu verwendet, gegebene Schwingungen zu analysieren und als parametrisch bestimmbare Funktion m ö g l i c h s t e x a k t reproduzierbar

1) Vgl. MANGOLDT, H.v./KNOPP, K.: Einführung in die höhere Mathematik, 3. Bd., 12. Aufl., S. Hirzel Verlag, Stuttgart 1965, S. 519.

2) Vgl. BLEYMÜLLER, J.: Statistische Methoden; in: Handwörterbuch des Rechnungswesens (Hrsg.: E. KOSIOL), Poeschel Verlag, Stuttgart 1970, Spalte 1110-1122, hier Spalte 1120.

3) Vgl. MANGOLDT, H.v./KNOPP, K., a.a.O., S. 523.
Vgl. BEHNKE, H./REMMERT, R./STEINER, H.-G./TIETZ, H.: Mathematik I; in der Reihe: Das Fischer Lexikon, Fischer Bücherei K.G., Frankfurt/M. 1964, S. 132f.

zu machen.¹⁾ Aus diesem Grunde verwendet man hier meist einen sehr hohen Polynomgrad. Bei unserer Aufgabe der Konstruktion einer Steuerungskennlinie hingegen soll der empirische Zyklus der Gewichtsschwankungen nicht möglichst präzise beschrieben werden, sondern tunlichst in eine zufällige und eine strukturelle periodische Komponente zerlegt werden, da ja nur letztere für Steuerungszwecke in Frage kommt. Daher haben wir hier nicht nur die FOURIER-Koeffizienten, sondern auch den richtigen Grad des FOURIER-Polynoms zu bestimmen, was durch eine spezielle Anwendung der Varianzanalyse geschehen soll.

Das zu verwendende Computerprogramm für die FOURIER-Analyse FORIT²⁾ kann pro Abszissenwert x , in unserem Fall also pro Formensatz-Nummer, nur einen Ordinatenwert verarbeiten. Um dieser Beschränkung gerecht zu werden, könnten wir jeweils die drei in Abbildung 3-1 gezeigten Gewichtsabweichungen (d), die in den Probeläufen die gleiche Formensatz-Nummer aufweisen, zu einem Durchschnittswert zusammenfassen. Damit müßten wir jedoch einen gewissen Informationsverlust hinnehmen. Wir reihen daher - anstelle der Mittelwertbildung -

1) Anwendungsbeispiel der FOURIER-Analyse in diesem Bereich ist etwa die Eliminierung von technisch bedingten Nebengeräuschen bei historischen Schallplattenaufzeichnungen oder bei Übertragungsmängeln von Funkbildern. Hier werden die elektronischen Originalschwingungen durch eine "FOURIER-Transformierte" angepaßt, die nach ihrer Bereinigung von störenden Schwingungen die verbesserte Aufnahme ergibt.

2) Dieses Programm stammt aus der IBM Programmbibliothek; siehe: IBM Application Program, System/360 Scientific Subroutine Package (SSP) (360A-CM-03X) Version III Programmer's Manual.
Der verwendete Berechnungsalgorithmus ist dargestellt bei: RALSTON, A./WILF, H.S.: Mathematische Methoden für Digitalrechner, Bd. I, R. Oldenbourg-Verlag, München 1967, S. 462ff.
An das Programm FORIT wird für unsere Zwecke direkt ein spezielles Varianzanalyse-Programm angekoppelt.

Tabelle 3-12: Tafel der Varianzanalyse zur Bestimmung des höchsten signifikanten Grades des FOURIER-Polynoms.

Mittlere F-Werte (beim 15. Polynomgrad): $F_{0,05; 2,170} = 3,05$; $F_{0,01; 2,170} = 4,73$.

Schritt (Grad) n	FOURIER-Koeffizienten		durch n-ten Polynomgrad zusätzlich erklärte SQ Δ SQF(n)	restliche SQ SQR(n)	zu Δ SQF(n) gehörige FG Δ FGF(n)	zu SQR(n) gehörige FG FGR(n)	durch n-ten Polynomgrad zusätzlich erklärte MQ Δ MQF(n)	restliche MQ MQR(n)	MQ-Relation $\frac{\Delta MQF(n)}{MQR(n)}$
	α_k (k=0..n)	β_k (k=1..n)							
0	0,0			326676,1		200		1633,38	
1	-41,771	-0,9921	182228,3	144447,8	2	198	91114,15	729,53	124,894
2	-21,330	-7,3326	53358,5	91089,3	2	196	26679,25	464,74	57,407
3	-16,023	9,52980	34989,4	56099,9	2	194	17494,70	289,18	60,498
4	-8,7151	9,49089	16737,3	39362,6	2	192	8368,65	205,01	40,821
5	-6,3449	-1,2753	4253,7	35108,9	2	190	2126,85	184,78	11,510
6	-7,8737	-3,9876	7872,1	27236,8	2	188	3936,05	144,88	27,168
7	-3,9121	2,02509	1988,9	25247,9	2	186	994,45	135,74	7,326
8	1,75699	-4,8926	2702,9	22545,0	2	184	1351,45	122,53	11,030
9	-1,5107	0,44257	252,8	22292,2	2	182	126,40	123,48	1,032
10	-0,1253	-3,2120	1037,6	21254,6	2	180	518,08	118,08	4,394
11	-2,0300	-4,5434	2489,6	18765,0	2	178	1244,80	105,42	11,808
12	-0,3597	3,10195	981,6	17783,4	2	176	490,80	101,04	4,857
13	0,05358	1,00874	102,2	17681,2	2	174	51,10	101,62	0,503
14	0,22989	-2,9807	896,9	16784,3	2	172	448,45	97,58	4,596
15	1,45611	-1,0782	327,2	16457,1	2	170	163,60	96,81	1,690
16	0,18757	-1,6302	269,5	16187,6	2	168	134,75	96,36	1,398
17	-0,0715	0,18310	3,5	16184,1	2	166	1,75	97,50	0,018
18	3,12785	0,24502	984,8	15199,3	2	164	492,40	92,68	5,313
19	0,16256	-0,2286	7,1	15192,2	2	162	3,55	93,78	0,038
20	1,00272	-1,3427	280,1	14912,1	2	160	140,05	93,20	1,503

Tabelle 3-12: Tafel der Varianzanalyse zur Bestimmung des höchsten signifikanten Grades des FOURIER-Polynoms (Fortsetzung).

Mittlere F-Werte (beim 15. Polynomgrad): $F_{0,05}$; 2,170 ; 3,05; $F_{0,01}$; 2,170 = 4,73.

Schritt (Grad) n	FOURIER-Koeffizienten		durch n-ten Polynomgrad zusätzlich erklärte SQ Δ SQF (n)	restliche SQ SQR(n)	zu Δ SQF(n) gehörige FG Δ FGF(n)	zu SQR(n) gehörige FG FGR(n)	durch n-ten Polynomgrad zusätzlich erklärte MQ Δ MQF (n)	restliche MQ MQR(n)	MQ-Relation $\frac{\Delta \text{MQF}(n)}{\text{MQR}(n)}$
	α_k (k=0..n)	β_k (k=1..n)							
21	-0,6566	-0,2574	50,0	14862,1	2	158	25,00	94,06	0,266
22	0,15938	-1,6666	280,7	14581,4	2	156	140,35	93,47	1,502
23	-1,6931	-0,4166	306,6	14274,8	2	154	153,30	92,69	1,654
24	-1,4454	0,10646	212,0	14062,8	2	152	106,00	92,52	1,146
25	0,91315	-0,6202	120,9	13941,9	2	150	60,45	92,95	0,650
26	0,21783	3,12582	986,8	12955,1	2	148	493,40	87,53	5,637
27	-1,2417	-0,4223	173,0	12782,1	2	146	86,50	87,55	0,988
28	-0,0281	0,35650	12,4	12769,7	2	144	6,20	88,68	0,070
29	-0,5711	-1,7108	326,3	12443,4	2	142	163,15	87,63	1,862
30	-1,2564	-1,6238	423,0	12020,4	2	140	211,50	85,86	2,463

die drei Abweichungen (d) mit gleicher Formensatz-Nummer (1 bis 67) jeweils unmittelbar hintereinander, wobei die Reihenfolge zufällig ist. Damit werden beispielsweise den drei Gewichtsabweichungen (d) mit der F o r m e n - s a t z - Nummer 2 die neuen P e r i o d e n - Nummern $x = 4, 5, 6$ zugewiesen. Durch dieses Vorgehen wird die ursprüngliche Periodenlänge ($T = 67$) zwar künstlich auf $T = 3 \cdot 67 = 201$ vergrößert; dies ist jedoch in Anbetracht der Normierung der Periodenlänge auf 2π für die Berechnung der FOURIER-Koeffizienten ohne Belang.

Tabelle 3-12 zeigt zunächst die aus unserer z u s a m - m e n g e f a ß t e n empirischen Punktfolge $d(x)$ (wobei $x = 1 \dots 201$) berechneten F O U R I E R - K o e f f i z i e n t e n α_k und β_k ($k = 1 \dots 30$);¹⁾ a_0 ist null, da wegen der vorgenommenen Saldierung der Einzelgewichte mit den Versuchsmittelwerten die durchschnittliche Gewichtsabweichung $\bar{d}$ ebenfalls null beträgt. Weiterhin beinhaltet Tabelle 3-12 die v a r i a n z - a n a l y t i s c h e n E l e m e n t e , die wir zur Bestimmung des günstigsten Grades des FOURIER-Polynoms benötigen.²⁾ Nach der bei der Festlegung des besten An-

1) Interessant ist festzustellen, daß im Gegensatz zu anderen Polynomen die bereits berechneten $(2n+1)$ Koeffizienten (wegen der Orthogonalität des trigonometrischen Summensystems) bei Erhöhung des Grades des Polynoms von n auf $n+1$ unverändert bleiben. Deshalb müssen jeweils nur die neu hinzukommenden Koeffizienten neu berechnet werden (vgl. dazu SMILLIE, K.W.: An Introduction to Regression and Correlation, The Ryerson Press, Academic Press, Toronto/London/New York 1966, S. 79f.; vgl. LINDER, A., a.a.O., S. 31ff., S. 210ff.; vgl. auch WEBER, E., a.a.O., S. 357).

2) Im Vergleich zu der etwa bei polynomer oder stufenweiser Regressionsanalyse verwendeten Methode ist bei dem für unser Problem modifizierten Verfahren darauf zu achten, daß auf eine Erhöhung des Grades des Polynoms von n auf $n+1$ jeweils 2 Freiheitsgrade entfallen. Dies ergibt sich aus der Tatsache, daß hier bei jedem Schritt jeweils zwei neue Parameter geschätzt werden (vgl. SMILLIE, K.W., a.a.O., S. 66; vgl. WEBER, E., a.a.O., S. 359).

passungsgrades von algebraischen Polynomen üblichen Entscheidungsregel¹⁾ wird in unserem Fall die g ü n - s t i g s t e A p p r o x i m a t i o n der zusammengefaßten empirischen Punktfolge $d(x)$ mit einem FOURIER-Polynom 8. Grades erreicht, bei dem gerade noch alle MQ-Relationen über der Signifikanzschwelle von $F_{0,05; 2; 184} = 3,05$ bzw. $F_{0,01; 2; 184} = 4,72$ liegen.²⁾

Diese durch die FOURIER-Analyse gewonnene Funktion

$$(3.9) \quad s_8(x) = \frac{1}{2} \alpha_0 + \sum_1^8 \alpha_k \cdot \cos k\omega x + \sum_1^8 \beta_k \cdot \sin k\omega x,$$

deren insgesamt 17 Koeffizienten α_k und β_k aus Tabelle 3-12 entnommen werden können, ist in ihrem Verlauf durch die zusammengefaßte Punktfolge $d(x)$ in Abbildung 3-3 ein-

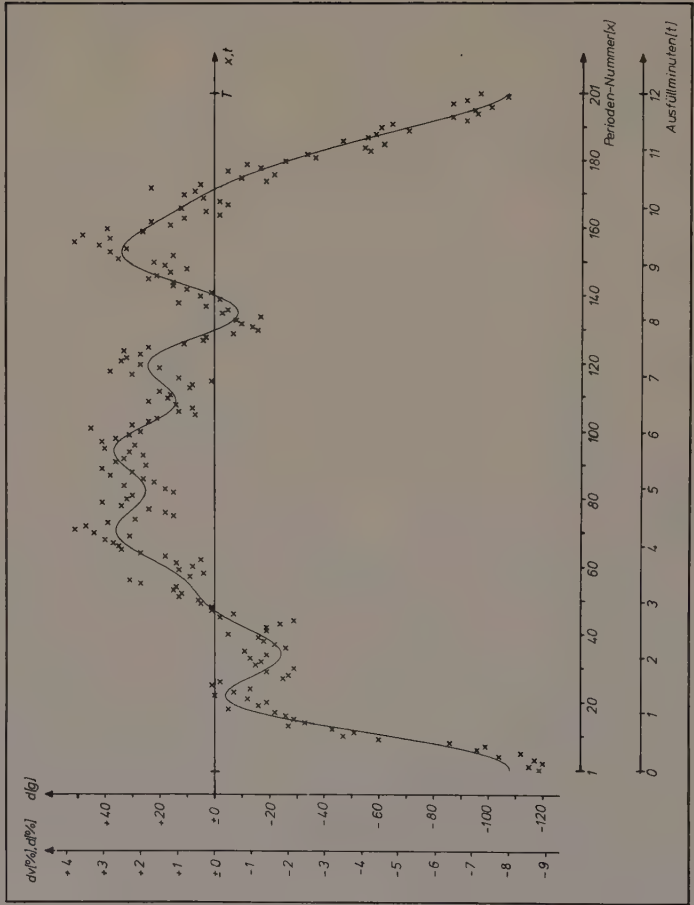
1) Siehe SMILLIE, K.W., a.a.O., S. 81.

2) Da sich, wie Tabelle 3-12 zeigt, die Approximation zyklisch verbessert, könnte man auf den Gedanken kommen, den günstigsten Anpassungsgrad dort zu suchen, wo eine signifikante Verbesserung der Anpassung durch die Grad-erhöhung zum letzten Mal in Form einer hohen MQ-Relation auftritt. Dies wäre in unserem Fall beim 26. Grad. Daß diese Vorgehensweise jedoch nicht zum gewünschten Ziel führt, kann leicht wie folgt nachgewiesen werden: Eine Funktion, bei der die Anzahl der errechneten Koeffizienten gleich der Anzahl der zugrundeliegenden empirischen Punkte ist, geht durch alle diese Punkte. Bei dieser Funktion des höchstmöglichen Grades wird die Streuung um die Funktion, bzw. das restliche mittlere Quadrat $MQR(n) = 0$. Da aber hierbei das entsprechende $\Delta MQF(n)$ einen endlichen Wert annehmen muß, ergibt sich für die letztmögliche MQ-Relation

$$\frac{\Delta MQF(n)}{MQR(n)} = \infty;$$

d. h. als günstigste Anpassung würde immer die totale Anpassung bestimmt.

Abbildung 3-3: FOURIER-Polynom $s_8(x)$ als Kleinste-Quadrate-Anpassung
 durch die empirische Punktfolge $d(x)$ und als Steuerungs-
 kennlinie für die Bandgeschwindigkeit $dv(t)$; Niveaulinie:
 1243 g bzw. 4,7 cm/sec..



gezeichnet.¹⁾ Als Kennlinie zur Steuerung des Ausfüllverfahrens III dürfte diese Funktion $s_g(x)$ gut geeignet sein. Allerdings weist sie sehr kurzfristige Richtungsänderungen auf, weshalb eine periodenabhängige Steuerung des Vakuums wegen ihrer trägen und elastischen Reaktion auf Steuerungsbefehle kaum in Frage kommen wird. Wir müssen vielmehr die bisher konstante Bandgeschwindigkeit v während des 12-minütigen Ausfüllprozesses entsprechend der gezeigten Kurve $s_g(x)$ variieren.

Die Koordinatenachsen in Abbildung 3-3 tragen mehrere Bezeichnungen: Diese betreffen einmal die untersuchten periodischen Gewichtsschwankungen [Abszisse: Periodennummer (x); Ordinate: Abweichungen vom Gewichtsmittelwert (d) in g und in % des Gesamtmittelwertes (1 243 g)]. Zum anderen beziehen sich die Bezeichnungen der Koordinatenachsen auf die dargestellte Kurve als Kennlinie für die Steuerung der Bandgeschwindigkeit während der Abfüllzeit von $T = 12$ min. [Abszisse: Ausfüllminuten (t); Ordinate: notwendige relative Geschwindigkeitsänderung (dv) bezogen auf die mittlere Bandgeschwindigkeit (4,7 cm/sec.)]. Durch eine geeignete Abänderung der Achsenbezeichnungen wird also das dargestellte FOURIER-Polynom 8. Grades direkt als Steuerungskennlinie für die Bandgeschwindigkeit verwendbar.

Abschließend wollen wir bestimmen, wie sich eine Steuerung der Bandgeschwindigkeit auf die Gesamtstreuung der Rohkäsegewichte der drei Probeläufe auswirken würde. Hierbei müssen wir zur Restvarianz der (verlängerten) empirischen Punktfolge $[MQR(n=8) = s_{Rest}^2 = 122,53 = 11,069^2; \text{vgl. Tabelle 3-12}]$, welche nach der Nivellierung der periodi-

1) Die Abbildung 3-3 ist ebenfalls mit Hilfe des plotters angefertigt worden.

schen Gewichtsschwankungen verbleiben würde, die Einzelwert-Varianzkomponente s_E^2 wieder hinzunehmen, welche wir oben durch die Bildung von Formensatz-Durchschnitten¹⁾ ausgeschaltet haben. Diese Größe, die sich aus der Differenz zwischen Gesamtvarianz [$s_{III}^2 = 46,752^2$] und der Varianz der (verlängerten) empirischen Punktfolge [$s_z^2 = \text{MQR (n=0)} = 1\,633,38 = 40,415^2$; vgl. Tabelle 3-12] ergibt, errechnet sich zu $s_E^2 = 23,503^2$. Folglich könnte die Gesamtvarianz des Ausfüllverfahrens III durch eine Steuerung der Bandgeschwindigkeit von $s_{III}^2 = (46,752\text{ g})^2$ auf $(s_{\text{Rest}}^2 + s_E^2) = s_{III\text{ korr.}}^2 = (25,979\text{ g})^2$ heruntergedrückt werden. Damit wäre dieses maschinelle Ausfüllverfahren den Verfahren I und II erheblich überlegen.

1) Die 5 einzelnen Käsegewichte der Formensätze wurden zur einfacheren Bildung der empirischen Zyklen (Abbildung 3-1) zu Durchschnittsgewichten pro Formensatz zusammengefaßt (siehe S. 74).

4 ANALYSE DES SCHWANKUNGSEINFLUSSES "TROCKNUNG"

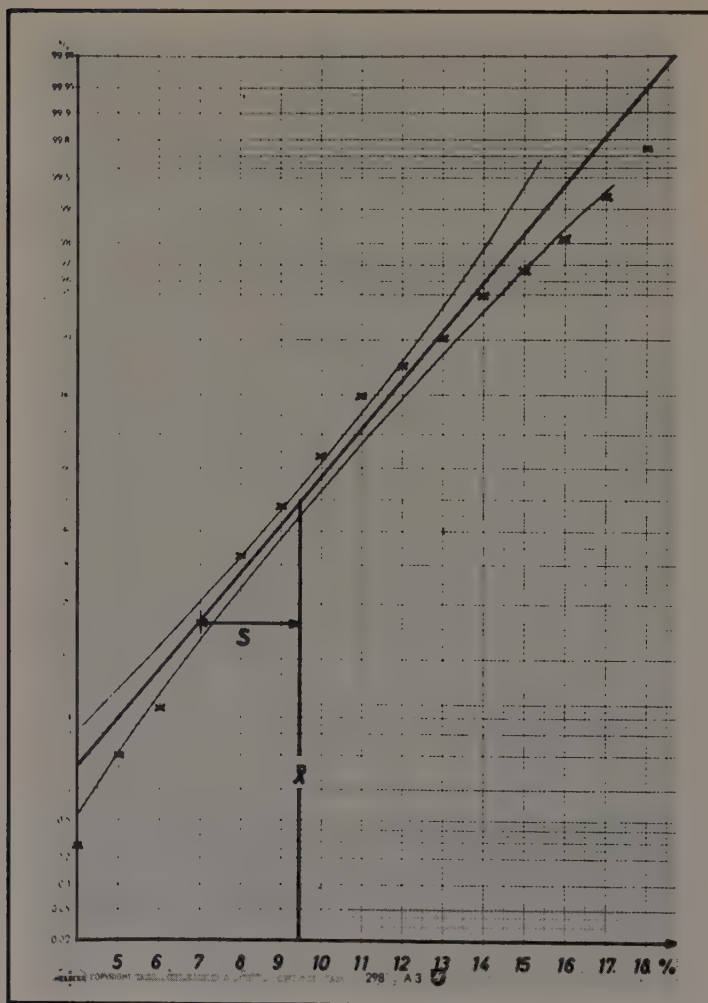
4.1 Der Trocknungsverlust innerhalb einer Tagesproduktion

Zur Quantifizierung der Einflüsse des Trocknungsprozesses auf die Gewichtsvariabilität wurden bereits vor dieser Studie im Rahmen einer Diplomarbeit Datenerhebungen durchgeführt. Damals wurden 400 Käse einer Tagesproduktion beim Eintritt in die siebentägige Trocknungsphase zufallsgesteuert ausgewählt, gewogen, bezeichnet und unmittelbar vor dem Verpacken wieder gewogen. Die Differenzen zwischen erster und zweiter Wägung wurden als Trocknungsverlust in Prozent der jeweiligen Rohkäsegewichte (vor Trocknung) ausgedrückt; für diese Trocknungsverluste ergab sich ein Mittelwert von $\bar{x} = 9,458\%$ und eine Standardabweichung von nicht weniger als $s = 2,583\%$.

Trägt man diese 400 Werte des Trocknungsverlustes in ein Wahrscheinlichkeitsnetz ein (Abbildung 4-1), so fällt zunächst auf, daß die gefundene Summenhäufigkeits-Verteilung erheblich von der Normalverteilungsgeraden abweicht und degressiv steigend verläuft. Da in der Technik Merkmale öfter nach einer geometrischen Reihe gestuft sind,¹⁾ erhebt sich die Frage, ob unsere Trocknungsverlust-Werte nicht einer logarithmischen Normalverteilung folgen. Eine logarithmische Normalverteilung ergibt sich insbesondere dann häufig, wenn eine durch den Wert 0 begrenzte Verteilung eine im Verhältnis zum Mittelwert große Streuung besitzt. Als groß ist eine Streuung zu bezeichnen, wenn der Grenzwert 0 in

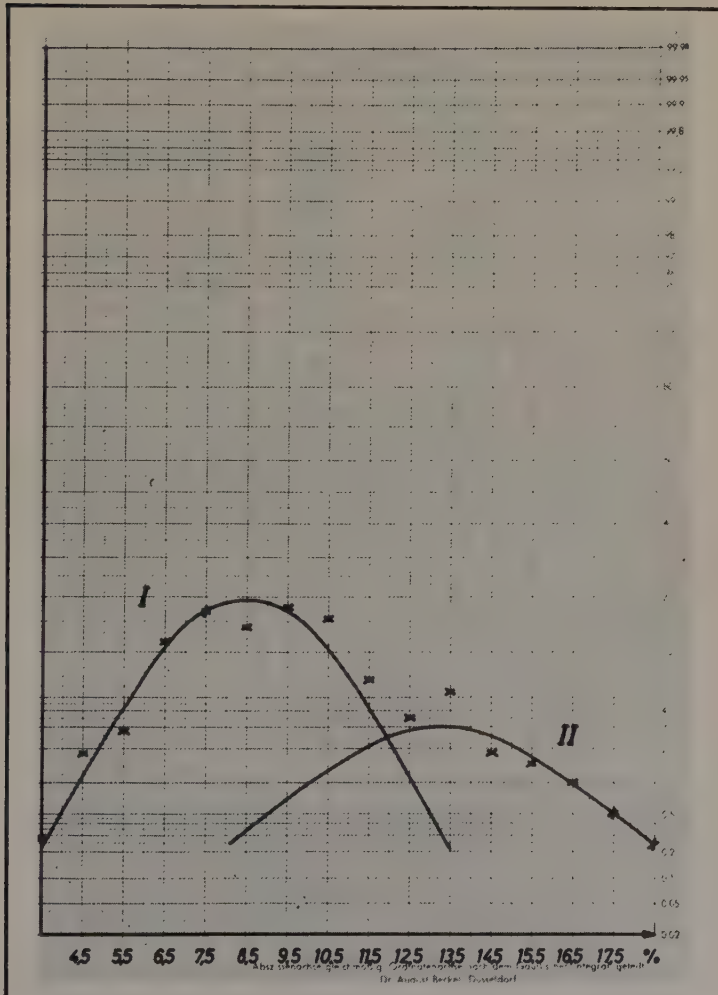
1) Vgl. STRAUCH, H.: Statistische Güterüberwachung, Hanser-Verlag, München 1956, S. 53.

Abbildung 4-1: 400 Werte des relativen Trocknungsverlustes im Wahrscheinlichkeitsnetz;
Summenhäufigkeitsverteilung und Normalverteilungsgerade ($\bar{x}=9,46\%$; $s=2,58\%$)
mit Streugrenzen (95% beidseitig).¹⁾



1) Die Werte für den Zufallstreuchbereich sind entnommen aus dem Auswertungsblock Nr. 172a vom Ausschuß für wirtschaftliche Fertigung (AWF), Frankfurt/M. Bezüglich der Grundlagen für die Berechnung dieses Streubereichs siehe KLEIN, H.: Über die Streugrenzen statistischer Verteilungskurven; in: Mitteilungsblatt für mathematische Statistik (6) 1954, S. 140-163.

Abbildung 4-2: 400 Werte des relativen Trocknungsverlustes im Häufigkeitspapier;
graphische Zerlegung der Mischverteilung.



das "natürliche Toleranzintervall" fällt, also wenn $\mu - 3\sigma < 0$, d. h. $CV = \sigma/\mu > 1/3$.¹⁾ In unserem Falle errechnet sich jedoch ein kleinerer Variationskoeffizient ($CV = 2,583/9,458 = 1/3,7$). Betrachtet man die empirische Summenhäufigkeits-Verteilung (Abbildung 4-1) genauer, so läßt sich ein mehr oder weniger abruptes Abknicken des durch die letzten 7 Punkte bezeichneten Verteilungsabschnittes deutlich erkennen. Diese Tatsache deutet auf eine **M i s c h v e r t e i l u n g** hin, die mit Hilfe eines **g r a p h i s c h e n T r e n n v e r f a h r e n s** näher analysiert werden soll.

Dazu wird die rechte Seite des Wahrscheinlichkeitsnetzes (Abbildung 4-2) als **H ä u f i g k e i t s p a p i e r** benutzt, in welches die gefundenen Werte nicht als Summenhäufigkeiten, sondern als Einzelhäufigkeiten der jeweiligen Klassen über die Klassenmitte eingetragen werden. Das Häufigkeitspapier zeigt noch viel deutlicher als das Wahrscheinlichkeitsnetz, daß hier eine erhebliche Abweichung von einer Normalverteilung vorliegt. Wenn letztere gegeben wäre, würde im Häufigkeitspapier eine hyperbelähnliche symmetrische Kurve entstehen, deren Äste fast gradlinig verlaufen. Unter die empirischen Punkte lassen sich jedoch relativ zwanglos die beiden eingezeichneten Normalverteilungskurven I und II subsumieren.²⁾

-
- 1) Vgl. LANG, R.: Zur Auswertung von schiefen Verteilungen mit einer festen Grenze; in: Qualitätskontrolle, September 1959, S. 99-103.
Vgl. auch PFANZAGL, J., a.a.O., S. 41f.
 - 2) Es muß hier vermerkt werden, daß dieses graphische Trennungungsverfahren nicht sehr präzise arbeitet. Die Ergebnisse können nur grobe Anhaltspunkte geben (vgl. dazu WEICHSELBERGER, K.: Über ein graphisches Verfahren zur Trennung von Mischverteilungen und zur Identifikation kupierter Normalverteilungen bei großem Stichprobenumfang; in: Metrika (4) 1961, S. 178-229).

Tabelle 4-1: Häufigkeitsverteilung des relativen Trocknungsverlustes und deren Analysierungsversuch ($n = 400$).¹⁾

Trocknungsverlust in % des Käsegewichtes vor Trocknung	Gesamt- Verteilung (Häufigkeit in %)	Verteilung I (Häufigkeit in %)	Verteilung II (Häufigkeit in %)
3 bis unter 4	0,25	0,18	
4 bis unter 5	1,75	0,95	
5 bis unter 6	2,75	3,70	
6 bis unter 7	11,25	9,50	
7 bis unter 8	16,75	16,20	0,14
8 bis unter 9	14,00	19,00	0,32
9 bis unter 10	17,50	17,00	0,70
10 bis unter 11	15,25	10,80	1,30
11 bis unter 12	6,50	4,50	2,05
12 bis unter 13	3,50	1,25	2,85
13 bis unter 14	5,50	0,25	3,00
14 bis unter 15	1,75		2,55
15 bis unter 16	1,50		1,60
16 bis unter 17	1,00		0,92
17 bis unter 18	0,50		0,50
18 bis unter 19	0,25		0,23
Insgesamt	100,00	83,34	16,16

Die Werte dieser beiden, mit Hilfe des Häufigkeitspapiers graphisch ermittelten Kurven werden in Tabelle 4-1 eingetragen. Die Summenwerte 83,34 und 16,16 besagen, daß ein M i s c h v e r h ä l t n i s s von 83,34 : 16,16, also von etwa 5 : 1 vorliegt. Die graphische Auswertung dieser beiden Verteilungen über ein Wahrscheinlichkeitsnetz ergibt eine gute Annäherung an zwei GAUSS-Verteilungen mit folgenden Parametern:

1) Nach PFANZAGL, J., a.a.O., S. 38f.
Vgl. auch SCHINDOWSKI, E./SCHÜRZ, O.: Statistische Qualitätskontrolle, 4. Aufl., VEB Verlag Technik, Berlin 1965, S. 48ff.

Verteilung	Mittelwert $\bar{x}$	Standardabweichung s
I	8,62%	1,63%
II	13,20%	2,30%

Die nachgewiesene Mischverteilung dieser 400 Trocknungsverlust-Werte, die sich nach den Ergebnissen der graphischen Zerlegung aus zwei in ihrer Bedeutung und ihrem Mittelwert sehr unterschiedlichen Normalverteilungen zusammensetzen kann, ließ die Frage auftauchen, ob vielleicht innerhalb der aus 19 Reifungshorden etwa 1,90 m hoch aufgebauten Trocknungsblocks höhenschichtweise stark voneinander abweichende Trocknungsbedingungen herrschen. Durch die Bestimmung der Trocknungsverluste verschieden hoch lagernder Horden ist inzwischen nachgewiesen, daß die zwei oder drei höchsten und niedrigsten Hordenschichten wesentlich stärker austrocknen als die mittleren Hordenschichten. Diese höhenmäßige Inhomogenität der Trocknungsbedingungen, die auf eine größere Luftgeschwindigkeit oberhalb und unterhalb der Trocknungsblocks zurückzuführen ist, wird jedoch mittlerweile durch ein geändertes Wende- und Stapelverfahren weitgehend kompensiert.

4.2 Kovarianzanalyse der Einflüsse des Rohkäsegewichtes und der Trocknungsintensität auf den Trocknungsverlust

Schwerere Rohkäse weisen während der siebentägigen Trocknungsphase tendenziell einen größeren absoluten Gewichtsverlust auf als leichtere Rohkäse. Um trotz dieses

Einflusses des Rohkäsegewichtes auf den Trocknungsverlust einen unverzerrten Schluß vom Trocknungsverlust auf die Trocknungsintensität zuzulassen, drückt man den Trocknungsverlust in der Praxis oft in Prozenten des Rohkäsegewichtes aus.¹⁾ Diese Prozentdarstellung des Trocknungsverlustes basiert auf der Annahme, daß zwischen Rohkäsegewicht und absolutem Gewichtsverlust während der Trocknung ein proportionaler Zusammenhang besteht. Diese bisher anhand von Meßwerten nicht überprüfte Proportionalitätsthese erscheint von der theoretischen Betrachtung her nur bedingt plausibel, da ja zwischen Gewicht (Volumen) und Oberfläche des Käselaibes als zyklischer Scheibe keine lineare Beziehung besteht und ceteris paribus eher die Oberfläche als das Volumen für die Größe des Trocknungsverlustes ausschlaggebend sein dürfte. Nach dieser Überlegung würde eher eine *degressiv* steigende Regressionskurve die Abhängigkeit des Trocknungsverlustes vom Rohkäsegewicht richtig beschreiben.

Zur Prüfung, ob die Proportionalitäts-Hypothese haltbar ist, werden an insgesamt 1920 Käsen die Wertepaare Rohkäsegewicht (x) und absoluter Gewichtsverlust während der Trocknung (y) erhoben. Die untersuchten Käse stammen aus 48 verschiedenen Tagesproduktionen, aber immer aus einer 40 Käse umfassenden mittleren Höhenschicht eines zentral gelegenen Trocknungsblocks. Aus diesen $n = 1920$ Wertepaaren (x, y) errechnet sich ein mittleres Rohkäsegewicht von $\bar{x} = 1358,036$ g und ein mittlerer Trocknungsverlust von $\bar{y} = 166,900$ g. Bei Richtigkeit der Proportionalitäts-Hypothese haben wir also die Regressionsgleichung

1) Dies geschieht auch im Abschnitt 4.1.

$$(4.1) \quad y' = 0,12290 x$$

zu erwarten.¹⁾ Die auf Basis unserer $n = 1920$ Wertepaare (x, y) durchgeführte Kleinst-Quadrate-Schätzung einer linearen Regressionsfunktion - die Proportionalitäts-Hypothese geht ja von einem linearen Ansatz aus - ergibt jedoch folgende Regressionsgleichung:

$$(4.2) \quad y' = -106,626 + 0,20141 x.$$

Da bei einem proportionalen Zusammenhang die Regressionsgerade durch den Ursprung geht, müssen wir prüfen, ob der in Gleichung 4.2 errechnete Achsenabschnitt $a = -106,626$ nur zufällig oder aber wesentlich von null abweicht. Aufgrund der sich beim Test²⁾ ergebenden hochsignifikanten

$$1) \quad b_{\text{prop.}} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{166,900}{1358,036} = 0,122898.$$

2) Dies geschieht mit Hilfe des "Standardfehlers der Regressionsgeraden" (bei $x=0$) σ_a (vgl. Gleichung 5.12 in Abschnitt 5.3):

$$\begin{aligned} \frac{|a-0|}{\hat{\sigma}_a} &= \frac{|a-0|}{\frac{s_{y \cdot x}}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 + \frac{\bar{x}^2}{s_x^2}}} = \\ &= \frac{106,626}{19,7514} = 5,40 \geq t_{0,01; 1918} = 2,58. \end{aligned}$$

Zum gleichen Ergebnis führt der Test des in 4.2 errechneten Regressionskoeffizienten $b = 0,201413$ gegen den nach 4.1 erwarteten Regressionskoeffizienten $b_{\text{prop.}} = 0,122898$:

$$\begin{aligned} \frac{|b-b_{\text{prop.}}|}{\hat{\sigma}_b} &= \frac{|b-b_{\text{prop.}}|}{\frac{s_{y \cdot x}}{s_x \cdot \sqrt{n}}} = \\ &= \frac{0,07851}{0,014532} = 5,40 \geq t_{0,01; 1918} = 2,58. \end{aligned}$$

Vgl. hierzu SNEDECOR, G.W./COCHRAN, W.G.: Statistical Methods, 6th ed., The Iowa State University Press, Ames 1967, S. 138f.

Vgl. DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 693.

Vgl. SACHS, L., a.a.O., S. 404f.

Null-Verschiedenheit von a ist die Proportionalitäts-Hypothese für unsere 1920 Wertepaare (x,y) nicht haltbar. Wir müssen hier vielmehr eine nicht-lineare Regressionsfunktion unterstellen, die in unserem Fall logischerweise durch den Ursprung gehen muß (wenn Rohkäsegewicht = 0 $\rightarrow$ Trocknungsverlust = 0).

Der in Gleichung 4.2 errechnete *n e g a t i v e* Achsenabschnitt ist allerdings Indikator nicht für den oben angesprochenen degressiv steigenden Verlauf, sondern vielmehr für eine *p r o g r e s s i v* steigende Funktionsform. Dieses Ergebnis stützt auf den ersten Blick eine Ansicht, die in der Praxis häufig geäußert wird, daß nämlich Differenzen beim Rohkäsegewicht zum Teil auf eine chemisch-physikalisch bedingte unterschiedliche Molkenbindung zurückzuführen seien; deshalb hätten größere Rohkäse tendenziell einen höheren Feuchtigkeitsgehalt als kleinere und würden damit in der Trocknungsphase auch relativ mehr Feuchtigkeit abgeben. Eine derartige Interpretation des Ergebnisses unserer Regressionsanalyse wäre jedoch erst dann vertretbar, wenn sichergestellt wäre, daß zwischen *R o h k ä s e g e w i c h t* und *Trocknungsintensität* *k e i n e* Korrelation besteht. Dies würde bedeuten, daß systematischen Unterschieden der Trocknungsintensität zumindest keine systematischen Differenzen der Rohkäsegewichte gegenüberstehen dürften, daß also entweder alle 1920 Rohkäsegewichte eine homogene Gesamtheit wären oder Unterschiede in der Trocknungsintensität zufallsbedingt sein müßten. Da jedoch weder das erste noch das zweite angenommen werden kann, ist davon auszugehen, daß die errechnete Regressionsgleichung 4.2 nicht allein den Einfluß des Rohkäsegewichtes auf den Trocknungsverlust beschreibt, sondern ungewollt auch einen Teil der Wirkungen beinhalten könnte, die von (mit den Rohkäsegewichten korrelierten) Unterschieden in der Trocknungsintensität herühren.

Wir müssen die Einflüsse des Rohkäsegewichtes und der Trocknungsintensität auf den Trocknungsverlust also voneinander isolieren; das bedeutet, daß die Einflußgröße Trocknungsintensität in unser ursprüngliches Regressions-Modell mit aufzunehmen ist. Die Trocknungsintensität, die sich aus dem Zusammenspiel von Luftfeuchtigkeit, -temperatur und -bewegung in den Trocknungsräumen ergibt, läßt sich jedoch - im Gegensatz zum Rohkäsegewicht - praktisch nicht direkt messen, sondern kann nur in ihrer Wirkung auf den Trocknungsverlust erfaßt werden. So dürften sich insbesondere die unterschiedlichen Luftbewegungsverhältnisse innerhalb des Trocknungsblocks einerseits und in den ihn rings umgebenden Gängen andererseits dahingehend auswirken, daß die am Rande des Trocknungsblocks lagernden Käse anders (wohl stärker) trocknen als die in der Mitte liegenden Käse. Wir können die Trocknungsintensität jedoch nicht als quantitative Einflußvariable, die sie ihrer Natur nach ist, sondern nur als qualitative Einflußfaktor, dessen Ausprägungen in Form von nominal-skalierten Lagekoordinaten der Käse vorliegen, erfassen. Entsprechend sind unsere $n=1920$ Wertepaare (x,y) nach den 40 verschiedenen Lagerpositionen einer Höhen-schicht im Trocknungsblock ($z = 4$ Zeilen; $s = 10$ Spalten) kreuzklassifiziert. Zur Untersuchung dieses Gesamtdatenmaterials benötigen wir die Kovarianzanalyse.

Die Kovarianzanalyse ist ein statistisches Verfahren, in dem die charakteristischen Merkmale der Varianz- und der Regressionsanalyse miteinander vereinigt sind.¹⁾ Das Modell enthält also sowohl qualitative

1) Siehe HICKS, C.R.: The Analysis of Covariance; in: Industrial Quality Control, Dec. 1965, S. 282-286.

Einflußgrößen - wie bei der Varianzanalyse als F a k -
t o r e n bezeichnet - als auch quantitative Einfluß-
größen - wie bei der Regressionsanalyse oft unabhängige
Variable, besser jedoch " K o v a r i a b l e " ge-
nannt. Wir können die Kovarianzanalyse als "bereinigte
Regressionsanalyse" auffassen, wenn mit ihr primär der
von den Faktoreffekten isolierte Einfluß der Kovariablen
auf die Beobachtungswerte erfaßt werden soll.¹⁾ Sie kann
andererseits auch als "bereinigte Varianzanalyse" verstan-
den werden, wenn bekannte oder vermutete quantitativ meß-
bare Ungleichheiten in den Versuchseinheiten als "Stör-
variable" rechnerisch eliminiert werden sollen.²⁾ Durch
dieses zuletzt beschriebene Vorgehen - in der angelsäch-
sischen Literatur bekannt als "balancing"³⁾ - können die
interessierenden Faktoreffekte auch bei solchen Experi-
menten unverzerrt geschätzt werden, bei denen eine Be-
herrschaft von Störvariablen nicht möglich oder nicht
sinnvoll ist und das Prinzip der Randomisation nicht ver-

1) Siehe ENDERLEIN, G.: Die Kovarianzanalyse; in: Regres-
sionsanalyse und ihre Anwendung in der Agrarwirtschaft,
Vorträge des 2. Biometrischen Seminars für die wissen-
schaftlichen Mitarbeiter der Deutschen Akademie der
Landwirtschaftswissenschaften, Berlin, März 1965, Hrsg.:
DDR, Deutsche Akademie der Landwirtschaftswissenschaft-
ten zu Berlin, Tagungsbericht Nr. 87, Berlin 1967, S.
101-132, insb. S. 109.

2) Vgl. SNEDECOR, G.W./COCHRAN, W.G., a.a.O., S. 419f.
Vgl. COCHRAN, W.G.: Analysis of Covariance - its Nature
and Uses; in: Biometrics, Sept. 1957, S. 261-281, insb.
S. 262ff. Die Störeinflüsse starker qualitativer Unter-
schiede in den Versuchseinheiten versucht man - bei der
Versuchsplanung - durch Bildung homogener Versuchsblöcke
zu reduzieren (vgl. zu diesem Gebiet z. B. COCHRAN, W.G./
COX, G.M., a.a.O., S. 15ff., insb. S. 35ff.).

3) Vgl. z. B. SNEDECOR, G.W./COCHRAN, W.G., a.a.O.,
S. 438.

wirklicht werden kann (Ex-post-facto-Experimente!).¹⁾ Weiterhin kann durch die Ausschaltung von Störvariablen mit Hilfe der Kovarianzanalyse der Versuchsfehler oft erheblich reduziert werden.²⁾

Der einfachste allgemeine Modellansatz der Kovarianzanalyse lautet:

$$(4.3) \quad y_{ijk} = \mu + a_i^A + a_j^B + a_{ij}^{AB} + b_1 (x_{ijk} - x_{...}) + \epsilon_{ijk}.$$

Die Summanden μ , a_i^A , a_j^B , a_{ij}^{AB} und ϵ_{ijk} sind bereits vom Modell der Varianzanalyse 3.1 her bekannt. Neu hinzu kommt ein Summand $b_1(x_{ijk} - x_{...})$, durch den der Einfluß der speziellen quantitativen Ausprägung x_{ijk} der Kovariablen x auf die entsprechende Ausprägung y_{ijk} der Untersuchungsvariablen y repräsentiert wird.³⁾ Durch Hinzufügen weiterer Summanden etwa der Formen $b_2 (x_{ijk} - x_{...})^2$ und/oder $b_3 (z_{ijk} - z_{...})$ kann das einfache Kovarianzanalysemodell 4.3 zu einem nichtlinearen und/oder multiplen Modell erweitert werden.⁴⁾ Wesentlich ist nun, daß bei der Kovarianzanalyse die Regressionskoeffizienten b nicht entsprechend der normalen Regressionsanalyse über die Formel

1) Vgl. WEISS, H., a.a.O., S. 10ff.
Vgl. SCHEFFÉ, H., a.a.O., S. 195.

2) Dies gilt auch bei (projektierten) randomisierten Experimenten, denn durch die Randomisation, mit der primär unbekannte Störgrößen, insb. Zeit- oder Raumtrends oder anderen Korrelationssystemen begegnet werden soll, werden Störvariable nicht ausgeschaltet, sondern nur im Hinblick auf die Erwartungstreue der Schätzung neutralisiert (vgl. z. B. SACHS, L., a.a.O., S. 537f.).

3) Meist werden die Ausprägungen der Kovariablen implizit als feste Werte (vergleichbar den festen Effekten der Varianzanalyse) betrachtet. In manchen Fällen wäre es realistischer, die Kovariablen als Zufallsvariable aufzufassen, was jedoch die Aussagen der Kovarianzanalyse im wesentlichen nicht verändern würde (vgl. SCHEFFÉ, H., a.a.O., S. 195f.).

4) Vgl. dazu SCHEFFÉ, H., a.a.O., S. 194.
Vgl. dazu HICKS, C.R., a.a.O., S. 283.

$$(4.4) \quad b_{\text{norm.}} = \frac{\sum (x_{ijk} - x_{...})(y_{ijk} - y_{...})}{\sum (x_{ijk} - x_{...})^2} =$$

$$= \frac{\text{Totale Summe der Abweichungsprodukte}}{\text{Totale Summe der Abweichungsquadrate}},$$

sondern als adjustierte Größe über folgende Beziehung errechnet werden:¹⁾

$$(4.5) \quad b_{\text{adj.}} = \frac{\text{Restliche Summe der Abweichungsprodukte}}{\text{Restliche Summe der Abweichungsquadrate}}.$$

Der Nenner dieses Bruches ist von der Varianzanalyse her als SQ-Rest bereits bekannt.²⁾ Der Zähler wird analog zur Totalen Summe der Abweichungsprodukte (Gleichung 4.4) und der SQ-Restgröße gebildet. Der nach Gleichung 4.5 errechnete adjustierte Regressionskoeffizient $b_{\text{adj.}}$ basiert also nicht auf den ursprünglichen x- und y-Werten, sondern auf Zelleneinzelwerten, die (mit Hilfe des varianzanalytischen Teils des Modells) von Faktoreffekten bereinigt sind.

Beim Modell der Kovarianzanalyse fällt im Vergleich zum normalen Regressionsanalyse-Modell auf, daß als Argument nicht der absolute Wert der Kovariablen (x_{ijk}), sondern dessen Abweichung vom Gesamtmittel ($x_{ijk} - x_{...}$) verwendet wird. Diese Translation ist nötig, weil das Modell der Kovarianzanalyse in Anlehnung an das übliche Modell der Varianzanalyse von einer Mittelpunktstrachtung ausgeht, bei der die Konstante μ als Gesamtmittelwert definiert ist und daher die Summe der Wirkungen jeder einzelnen Einflußgröße, also auch die der Kovariablen, null ergeben muß.³⁾

1) Vgl. SNEDECOR, G.W./COCHRAN, W.G., a.a.O., S. 421.

2) Vgl. z. B. Tabellen 3-1 bis 3-3.

3) Vgl. Gleichungen 3.2 und 3.3.
Vgl. SCHEFFÉ, H., a.a.O., S. 194f.

Bezüglich der Annahmen, die beim Modell der Kovarianzanalyse zusätzlich zu den Annahmen beim varianzanalytischen Ansatz (Normalverteilung, Varianzhomogenität, Unabhängigkeit, sowie Additivität)¹⁾ gemacht werden, ist folgendes zu bemerken:

- a. Zwischen den Ausprägungen der Kovariablen und den Faktorebenen darf **kei n** ursächlicher **Z u s a m m e n h a n g** bestehen.²⁾ Wenn sich die Möglichkeit eines ursächlichen Zusammenhangs nicht a priori ausschließen läßt, darf kein mathematischer Zusammenhang gegeben sein, da sonst eine erwartungstreue Schätzung der einzelnen Parameter nicht möglich ist.³⁾ Das Vorhandensein eines solchen mathematischen Zusammenhanges kann mittels eines einfachen von HICKS angegebenen Tests überprüft werden.⁴⁾
- b. Die **A r t** des (isolierten) **Z u s a m m e n h a n g e s** zwischen der Kovariablen und der Beobachtungsvariablen ist in allen Faktorebenen **g l e i c h**, d. h. bei allen Beobachtungen ist die (isolierte) Wirkung der Kovariablen auf die Untersuchungsvariable gleich groß. Diese Annahme kommt durch die Wahl eines konstanten Regressionskoeffizienten (b_1 und nicht etwa b_{1ij}) zum Ausdruck. Stimmt diese Annahme nicht mit den Gegebenheiten überein, sind die Parameterschätzungen nicht mehr erwartungstreu.⁵⁾ Auch für diese Annahme gibt HICKS ein Testverfahren an, das allerdings rechnerisch sehr aufwendig und deshalb wohl nur in wirklich zweifelhaften Fällen angewendet werden sollte.⁶⁾

1) Siehe S. 45 ff.

2) In der Literatur liest man allgemein - sehr mißverständlich -, die Kovariable dürfe nicht von den Faktorebenen berührt ("affected") werden (vgl. z. B. HICKS, C.R., a.a.O., S. 285; vgl. auch SMITH, H.F.: Interpretation of Adjusted Treatment Means and Regressions in Analysis of Covariance; in: Biometrics, June 1957, S. 282-308, insb. S. 284).

3) Vgl. SCHEFFÉ, H., a.a.O., S. 198.

4) Siehe HICKS, C.R., a.a.O., S. 286.

5) Vgl. COCHRAN, W.G., a.a.O., S. 278.

6) Siehe HICKS, C.R., a.a.O., S. 285f.

c. Der gewählte Funktionstyp beschreibt die konkreten Zusammenhänge ausreichend genau. Eine unkorrekte Form der Regressionskurve wirkt sich in erster Linie auf die Größe des Versuchsfehlers aus. Die Richtigkeit der angenommenen Regressionsfunktion könnte getestet werden, wenn für jede Ausprägung der Kovariablen mehrere Ausprägungen der Untersuchungsvariablen zur Verfügung stehen würden, was allerdings nur selten der Fall sein dürfte.¹⁾ Meist wird man sich daher auf eine logische Überprüfung der Richtigkeit des gewählten Funktionstyps beschränken müssen. Grundsätzlich kann man davon ausgehen, daß die Gefahren, die sich aus der Anwendung einer Regressionskurve zu niedrigen Grades ergeben, umso kleiner sind, je kleiner die Variationskoeffizienten der Kovariablen und der Untersuchungsvariablen sind.

Unserem Datenmaterial von $n = 1920$ Wertepaaren (x,y) ist der kovarianzanalytische Ansatz folgender Form adäquat:

$$\begin{aligned}
 y_{ijk} = & \mu + a_i^A + a_j^B + \alpha_k^C + a_{ij}^{AB} + m_{ik}^{AC} + m_{jk}^{BC} + \\
 (4.6) \quad & + b(x_{ijk} - x_{...}) + \epsilon_{ijk}; \\
 & (i=1 \dots z; j=1 \dots s; k=1 \dots t; \\
 & n=z \cdot s \cdot t).
 \end{aligned}$$

Hierbei sind:

- y_{ijk} = Untersuchungsvariable Trocknungsverlust (g),
- x_{ijk} = Kovariable Rohkäsegewicht (g),
- A = Faktor Zeile mit $z=4$ festen Effekten,
- B = Faktor Spalte mit $s=10$ festen Effekten,
- C = Faktor Tagesproduktion (= Wiederholung) mit $t=48$ zufälligen Effekten, sowie
- a $\hat{=}$ feste Effekte,
- α $\hat{=}$ zufällige Effekte und
- m $\hat{=}$ gemischte Effekte.

1) Vgl. SACHS, W.G., a.a.O., S. 421.

Da die Verwendung dieses gemischten Kovarianzmodells mit Dreifach-Kreuzklassifikation jedoch die Kernspeicherkapazität der IBM-360-50 im Rechenzentrum der Universität Münster bei weitem überschreiten würde, müssen wir behelfsweise auf ein zweifach-kreuzklassifiziertes Kovarianzmodell mit Wiederholungen ausweichen. Weil aber nicht unterstellt werden kann, daß die durchschnittlichen Trocknungsintensitäten und die mittleren Rohkäsegewichte bei den $t=48$ Versuchswiederholungen einigermaßen gleich sind, müssen wir die durch die Versuchswiederholungen bedingten Effekte zur Einschränkung des Versuchsfehlers vor Durchführung der eigentlichen Kovarianzanalyse ausschalten. Dies soll dadurch erreicht werden, daß wir - in Analogie zu dem in Abschnitt 3.1 gezeigten Vorgehen - die einzelnen x_{ijk} und y_{ijk} mit ihren jeweiligen Versuchsmittelwerten $x_{..k}$ und $y_{..k}$ saldieren. Es wird also mit folgender Modellgleichung gearbeitet:¹⁾

$$(4.7) \quad (y_{ijk} - y_{..k}) = \mu + a_i^A + a_j^B + a_{ij}^{AB} + b(x_{ijk} - x_{..k}) + \epsilon_{ijk};$$

$$(i=1 \dots z; j=1 \dots s; k=1 \dots t;$$

$$n=z \cdot s \cdot t).$$

Die sich aus den $n = 1920$ Wertepaaren (x,y) bei diesem Modell ergebende Tafel der Kovarianzanalyse ist in den Tabellen 4-2 und 4-3 zusammengestellt. Bei Modell 4.7 wird allerdings - im Gegensatz zu Modell 4.6 und wie bei allen Modellen mit Wiederholungen - unterstellt, daß zwischen dem Faktor Tagesproduktion (= Wiederholung) und den

1) Die Rechnungen werden mit Hilfe des IBM-Programms BMD 03V durchgeführt. Eine ausführliche Programmbeschreibung ist zu finden bei DIXON, W.J., a.a.O.

anderen beiden Faktoren (Zeile und Spalte) keine Wechselwirkungen bestehen. Aufgrund der in Tabelle 4-3 errechneten (bereinigten) MQ*-Relation $M_3/M_4 = 0,95$, die nicht signifikant < 1 ist, läßt sich diese Annahme zumindest nicht falsifizieren; in Anbetracht der vergleichsweise kleinen MQ*-Restgröße M_4 kann man sagen, daß jedenfalls keine starken, im Modell 4.7 nicht erfaßten Wechselwirkungseffekte mit dem Versuchsfehler vermischt sind.¹⁾

Tabelle 4-2 enthält zwei Regressionskoeffizienten, nämlich $b_{\text{norm.}} = 0,15865$ und $b_{\text{adj.}} = 0,12007$. $b_{\text{norm.}} = [SP_{xy}(\text{Total})/SQ_x(\text{Total})]$ entspricht dem Regressionskoeffizienten bei der normalen Regressionsanalyse. Die Differenz zwischen dem hier errechneten $b_{\text{norm.}} = 0,15865$ und dem oben in Gleichung 4.2 stehenden $b = 0,20141$ erklärt sich a u s s c h l i e ß l i c h aus der Tatsache, daß beim zuletzt verwendeten Modell 4.7 die x_{ijk} und y_{ijk} mit ihren jeweiligen Tagesmittelwerten $x_{..k}$ und $y_{..k}$ saldiert werden. Wir sehen, daß diese Maßnahme, durch welche die Effekte der Versuchswiederholungen (= unterschiedliche m i t t l e r e Rohkäsegewichte und variierende m i t t l e r e Trocknungsintensitäten bei den $t=48$ Tagesproduktionen) eliminiert werden, den Regressionskoeffizienten $b_{\text{norm.}} = 0,15865$ bereits ein gutes Stück näher an $b_{\text{prop.}} = 0,12290$, das nach Gleichung 4.1 bei Proportionalität des x-y-Zusammenhanges zu erwarten wäre, heranbringt.

Die Differenz zwischen $b_{\text{norm.}} = 0,15865$ und $b_{\text{adj.}} = 0,12007$ andererseits zeigt die bereinigende Wirkung der Kovarianzanalyse auf den Regressionskoeffizienten; der aus den Restgrößen errechnete a d j u s t i e r t e R e g r e s s i o n s k o e f f i z i e n t $b_{\text{adj.}} = [SP_{xy}(\text{Rest})/SQ_x(\text{Rest})]$ wird nicht mehr durch die Effekte der Faktoren

1) Vgl. hierzu die Ausführungen zu Tabelle 3-1.

Tabelle 4-2: Tafel der Kovarianzanalyse für Zweifach-Kreuzklassifikation mit Wiederholungen;
 fixes Modell; mit den jeweiligen Versuchsmittelwerten $\bar{y}_{..k}$ und $\bar{x}_{..k}$ saldierte
 Originalwerte; y = Trocknungsverlust (g); x = Rohkäsengewicht (g).

Variationsursache	Summe der Abweichungs- quadrate für x SQ_x	Summe der Abweichungs- Kreuzprodukte für x und y SP_{xy}	Summe der Abweichungs- quadrate für y SQ_y	Regressions- koeffizient b	Bereinigte Summe der Abweichungs- quadrate für y SQ^*
Zeile (A)	118 704	101 346	97 246	.	72 125
Spalte (B)	37 721	33 999	85 322	.	77 407
Zeile · Spalte (AB)	37 802	8 166	21 526	.	20 105
Rest	2 921 933	350 836	1 510 004	0,12007	1 467 879
Total	3 116 160	494 347	1 714 098	0,15865	.

Tabelle 4-3: Varianzanalytischer Teil der Tafel der Kovarianzanalyse (Fortsetzung von Tabelle 4-2).

Variationsursache	Bereinigte Summe der Abweichungs- quadrate für y SQ*	FG	Bereinigte Mittlere Quadrate für y MQ*	MQ*-Relation	F-Wert $\alpha = 0,05$ $\alpha = 0,01$	Signifi- kanz
Zeile (A)	72 125	3	$M_1 = 24\ 041,7$	$M_1/M_4 = 30,78$	2,61	3,79 hochs.
Spalte (B)	77 407	9	$M_2 = 8\ 600,8$	$M_2/M_4 = 11,01$	1,89	2,42 hochs.
Zeile · Spalte (AB)	20 105	27	$M_3 = 744,6$	$M_3/M_4 = 0,95$	{ 1,50 0,601 }	1,76 0,471 } nicht s.
Rest	1 467 879	1 879	$M_4 = 781,2$	.	.	.
Total	.	1 918	.	.	.	.

1) $F_{\alpha; v_1, v_2} = F \frac{1}{1-\alpha}$; vgl. BEYER, W.H., a.a.O., S. 304.

Zeile und Spalte verzerrt. Damit beschreibt der Regressionskoeffizient $b_{adj.}$ den sowohl von den Wirkungen der Versuchswiederholungen als auch von den Effekten der Faktoren Zeile und Spalte $unbeeinflussten$ Zusammenhang zwischen Rohkäsegewicht (x) und Trocknungsverlust (y). Testen wir diesen, mit Hilfe der Saldierung und der Kovarianzanalyse bestimmten, bereinigten Regressionskoeffizient $b_{adj.} = 0,12007$ gegen $b_{prop.} = 0,12290$, welcher der Proportionalitäts-Hypothese zugrundeliegt, so ergibt sich kein signifikanter Unterschied mehr.¹⁾ Das bedeutet, daß wir die Hypothese einer proportionalen Abhängigkeit des absoluten Trocknungsverlustes vom Rohkäsegewicht letztlich nicht verwerfen können.

Durch den Vergleich der SQ_y mit den entsprechenden SQ^* in den Tabellen 4-2 und 4-3 erkennt man die bereinigende Wirkung, welche die Kovarianzanalyse auf die untersuchten Faktoreneffekte hat. Aus den vom Einfluß der Kovariablen Rohkäsegewicht nicht mehr ver-

$$1) \frac{|b_{adj.} - b_{prop.}|}{\hat{\sigma}_{b_{adj.}}} = \frac{0,002828}{0,016184} = 0,17 \leq t_{0,01; 1918} = 2,58;$$

wobei:

$$\hat{\sigma}_{b_{adj.}} = \frac{s_{y \cdot x_{adj.}}}{\sqrt{SQ_x(Res)}} = \frac{\sqrt{\frac{SQ_y(Res) - (SP_{xy}(Res))^2 / SQ_x(Res)}{n-2}}}{\sqrt{SQ_x(Res)}}$$

Vgl. SACHS, L., a.a.O., S. 403ff.

Tabelle 4-4: Ableitung der zeilen- und spaltenmäßigen Unterschiede der Trocknungsintensität (innerhalb der mittleren Höhenschicht eines Trocknungsblocks) aus den bereinigten marginalen Zeilen- und Spaltenmittelwerten der Trocknungsverluste.

Faktorenebenen	y* = vom Einfluß des Rohgewichtes bereinigter Trocknungsverlust (g)		Abweichung von mittlerer Trocknungsintensität (= 100%)
Zeilenebene	$y_{i..}^* = y_{i..} - b \cdot (x_{i..} - x_{...})$		
1	$y_{1..}^* = 177,04 - 0,12007 \cdot (1366,49 - 1358,04) = 176,03$		$\pm + 5,47$
2	$y_{2..}^* = 161,49 - 0,12007 \cdot (1349,92 - 1358,04) = 162,46$		$\pm - 2,66$
3	$y_{3..}^* = 159,09 - 0,12007 \cdot (1350,46 - 1358,04) = 160,00$		$\pm - 4,13$
4	$y_{4..}^* = 169,98 - 0,12007 \cdot (1365,28 - 1358,04) = 169,11$		$\pm + 1,32$
Spaltenebene	$y_{.j.}^* = y_{.j.} - b \cdot (x_{.j.} - x_{...})$		
1	$y_{.1.}^* = 178,57 - 0,12007 \cdot (1360,57 - 1358,04) = 178,27$		$\pm + 6,81$
2	$y_{.2.}^* = 176,05 - 0,12007 \cdot (1358,65 - 1358,04) = 175,98$		$\pm + 5,44$
3	$y_{.3.}^* = 160,36 - 0,12007 \cdot (1354,58 - 1358,04) = 160,78$		$\pm - 3,66$
4	$y_{.4.}^* = 160,99 - 0,12007 \cdot (1348,46 - 1358,04) = 162,14$		$\pm - 2,85$
5	$y_{.5.}^* = 160,73 - 0,12007 \cdot (1355,70 - 1358,04) = 161,01$		$\pm - 3,53$
6	$y_{.6.}^* = 161,17 - 0,12007 \cdot (1360,62 - 1358,04) = 160,86$		$\pm - 3,62$
7	$y_{.7.}^* = 163,18 - 0,12007 \cdot (1354,95 - 1358,04) = 163,55$		$\pm - 2,00$
8	$y_{.8.}^* = 163,94 - 0,12007 \cdot (1359,63 - 1358,04) = 163,75$		$\pm - 1,89$
9	$y_{.9.}^* = 171,22 - 0,12007 \cdot (1363,80 - 1358,04) = 170,53$		$\pm + 2,17$
10	$y_{.10.}^* = 172,79 - 0,12007 \cdot (1363,38 - 1358,04) = 172,15$		$\pm + 3,15$

zerzten MQ*-Relationen M_1/M_4 und M_2/M_4 geht hervor, daß die isolierten Effekte des Faktors Zeile wie die des Faktors Spalte hochsignifikant sind, während sich eine Wechselwirkung dieser beiden Faktoren nicht nachweisen läßt. Dieses Ergebnis besagt, daß bei den $z.s = 4 \cdot 10 = 40$ Lagerpositionen der Höhenschicht eines Trocknungsblocks unabhängig vom Rohkäsegewicht mit lagebedingten, nämlich zeilen- und spaltenweisen Unterschieden des Trocknungsverlustes zu rechnen ist.

Nach ihrer Bereinigung vom Einfluß des Rohkäsegewichtes spiegeln die in Tabelle 4-4 aufgeführten marginalen Zeilen- und Spaltenmittelwerte des Trocknungsverlustes ($y_{i..}^*$ und $y_{.j.}^*$) ausschließlich die innerhalb der mittleren Höhenschicht eines Trocknungsblockes herrschenden, nicht direkt meßbaren Trocknungsbedingungen ($\approx$ Luftbewegungsverhältnisse) wider. Die in Tabelle 4-4 eingetragenen zeilen- und spaltenmäßigen Prozentabweichungen bestätigen die Vermutung, daß die Trocknungsintensität an den Randpartien des Trocknungsblocks (Zeilen 1 und 4 sowie Spalten 1 und 10) erheblich höher ist als in dessen Innenbereich. Interessant ist festzustellen, daß nach Tabelle 4-4 sogar die verschiedenen Breiten der beiden Fahrgänge, die unmittelbar an Zeile 1 und Spalte 1 vorbeiführen, einerseits und der beiden Gehgänge, die neben Zeile 4 und Spalte 10 verlaufen, andererseits unterschiedliche Trocknungsintensitäten in den sich gegenüberliegenden Randzonen des Trocknungsblocks bewirken.

Aus Tabelle 4-6, deren Schätzwerte mit Hilfe der Erwartungswerte der bereinigten Mittleren Quadrate $E(MQ^*)$ (Tabelle 4-5) errechnet sind, geht jedoch hervor, daß die gezeigten systematischen Trock-

Tabelle 4-5: Erwartungswerte der bereinigten Mittlere
Quadrate MQ*; fixes Modell.

Variationsursache	MQ* ¹⁾	E(MQ*)
Zeile (A) (i=1 ... z)	M ₁ = 24 041,7	$\sigma^2 + \frac{z \cdot t \cdot s}{z-1} \cdot \sigma_A^2$
Spalte (B) (j=1 ... s)	M ₂ = 8 600,8	$\sigma^2 + \frac{s \cdot t \cdot z}{s-1} \cdot \sigma_B^2$
Zeile · Spalte (AB)	M ₃ = 744,6	$\sigma^2 + \frac{s \cdot z \cdot t}{(s-1)(z-1)} \cdot \sigma_{AB}^2$
Rest	M ₄ = 781,2	σ^2

Tabelle 4-6: Gleichungen zur Berechnung der Schätzwerte
der signifikant von null verschiedenen Va-
rianzkomponenten des vom Einfluß des Roh-
käsegewichtes bereinigten Trocknungsverlu-
stes (z=4; s=10; t=48).

$\hat{\sigma}_A^2$	= (M ₁ - M ₄)(z - 1)/(z · t · s) = 36,345 = (6,03) ²
$\hat{\sigma}_B^2$	= (M ₂ - M ₄)(s - 1)/(s · t · z) = 36,654 = (6,05) ²
$\hat{\sigma}_{\text{Rest}}^2$	= M ₄ = 781,200 = (27,95) ²
$\hat{\sigma}_{\text{Tr}}^2$	= 854,199 = (29,23) ²

1) Die MQ*-Werte sind aus Tabelle 4-3 übernommen.

n u n g s u n t e r s c h i e d e trotz ihrer Signifikanz im Verhältnis zur Reststreuung u n b e d e u t e n d sind. Somit könnte auch eine gezielte Bekämpfung der aufgezeigten Zeilen- und Spalteneffekte die Gesamtstreuung des Trocknungsverlustes nicht wesentlich reduzieren. Betrachten wir in Tabelle 4-4 die bereinigten marginalen Mittelwerte des Trocknungsverlustes $y_{i..}^*$ und $y_{.j.}^*$ im Zusammenhang mit den entsprechenden mittleren Rohkäsegewichten $x_{i..}$ und $x_{.j.}$, so ergibt sich sogar eine ausgleichende Wirkung der systematischen Trocknungsunterschiede, denn gerade die Käse, die an den Außenseiten des Trocknungsblocks liegen und damit einer höheren Trocknungsintensität ausgesetzt sind, weisen beim Eintritt in die Trocknungsphase durchschnittlich ein höheres Gewicht auf. Wie günstig sich dieser K o m p e n s a t i o n s e f f e k t auswirkt, wird durch die Tatsache deutlich, daß sich die mittlere Varianz unserer 40 · 48 Rohkäsegewichte von $s_{roh}^2 = (40,30 \text{ g})^2$ nach Durchlaufen der Trocknungsphase trotz der großen Trocknungsvarianz $\hat{\sigma}_{Tr}^2 = s_{Tr}^2 = (29,23 \text{ g})^2 = (2,15\%)^2$ lediglich auf $s_{packreif}^2 = (40,73 \text{ g})^2$ erhöht, während bei Unabhängigkeit der Schwan- kungseinflüsse Ausfüllen und Trocknen eine Gesamtvarianz von $s^2 = (s_{roh}^2 + s_{Tr}^2) = (40,30^2 + 29,23^2) = (48,78 \text{ g})^2$ zu erwarten gewesen wäre.¹⁾ Dieses Ergebnis bedeutet, daß eventuelle V e r b e s s e r u n g s m a ß n a h m e n am Ausfüll- und am Trocknungsprozeß sehr s o r g f ä l l t i g aufeinander a b g e s t i m m t werden müssen, wenn sie in ihrem G e s a m t e r g e b n i s erfolgreich sein sollen.

1) Zur Additionsregel von Varianzen vgl. z. B. KREYSZIG, E.: Statistische Methoden und ihre Anwendungen, 2. Aufl., Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1967, S. 155.

4.3 Untersuchung der Zeitstabilität der Gesamtstreuung einer Tagesproduktion

Für die angestrebte optimale Festlegung des **Z i e l - m a ß e s**, nämlich des gewünschten Mittelwertes der Tagesproduktion reicht die **e i n m a l i g e** Bestimmung und Analyse der Gesamtvarianz des Fertigungsprozesses innerhalb der Tagesproduktionen nicht aus. Es muß vielmehr zusätzlich überprüft werden, ob diese Tagesstreuung auch im längeren Zeitablauf hinreichend konstant bleibt (= **Z e i t s t a b i l i t ä t**) oder ob irgendwelche Tendenzen sichtbar werden, die bei der Vorgabe des Zielmaßes zu berücksichtigen wären.

Die Untersuchung der Zeitstabilität der **G e w i c h t s - s t r e u u n g** der **p a c k r e i f e n** Käse innerhalb der Tagesproduktionen läuft über etwa $1 \frac{1}{2}$ Jahre. Zur Sicherung einer echten Zufallsauswahl bei der Stichprobenziehung wird pro Arbeitstag vor den 4 Teilungsautomaten zu jeder vollen Stunde, also um 9^h , 10^h ... 16^h (Glockenschlag!) ein Käselaib zur Wägung entnommen.¹⁾ Um den Rechenaufwand für das Personal möglichst klein zu halten, werden aus den auf diese Weise erhaltenen 32 täglichen Stichprobenwerten nicht die Standardabweichung (s), sondern die **S p a n n w e i t e** (R) als Streuungsmaß bestimmt. Damit andererseits aber kein zu großer Informationsverlust entsteht - im Gegensatz zu s basiert ja R nicht auf allen Werten, sondern nur auf Extremwerten - werden die 32 Gewichte eines Tages in 8 Teilstichproben des Umfanges $n=4$ aufgeteilt und hieraus 8 Vierer-Spannweiten ermittelt, die ihrerseits zur mittleren täglichen Spannweite $\bar{R}_4$ zusammen-

1) Bei diesem System der Stichprobenziehung besteht keine Gefahr einer Verfälschung der Stichprobe durch zyklische Einflüsse (vgl. KELLERER, H.: Statistik im modernen Wirtschafts- und Sozialleben, Rowohlts Deutsche Enzyklopädie, München 1960, S. 146).

gefaßt werden.¹⁾ Die während der etwa $1\frac{1}{2}$ Jahre anfallenden 400 auf Lochkarte registrierten $8R_4$ -Werte durchlaufen ein Programm KOKART, welches die eingegebenen $8R_4$ in Prozent²⁾ des gemeinsamen Durchschnittswertes $\bar{R}_4 = 88,325 \text{ g} = 100\%$ umrechnet³⁾ und die sich ergebenden Relativ-Spannweiten $R(\%)$ mit Hilfe des Computer-Druckers kontrollkartenmäßig darstellt (Abbildung 4-3). Zur Verdeutlichung von längerfristigen Veränderungen der täglichen Gewichtsstreuung berechnet das Programm KOKART weiterhin gleitende 13-er Durchschnittsschnitte der $R(\%)$ und trägt diese ebenfalls in Abbildung 4-3 ein.⁴⁾ Der Verlauf der beiden Kurven zeigt in Verbindung mit den dazugehörigen, weiterhin vom Programm KOKART eingezeichneten Kontrollgrenzen⁵⁾ (99%-Linien), daß die tägliche Gewichtsstreuung

- 1) Dieses so errechnete Streuungsmaß $8R_4$ ist hinsichtlich seiner Schätzgenauigkeit mit der Standardabweichung praktisch gleichwertig (vgl. dazu SCHAAFSMA, A.H./WILLEMZE, F.G.: Moderne Qualitätskontrolle, 4. Aufl., Philips Technische Bibliothek, Eindhoven 1964, S. 119f.).
- 2) Das selbst erstellte Programm KOKART wird so allgemein ausgelegt, um damit gegebenenfalls auch Käsesorten mit anderen Stückgewichten (und Streuungen) ohne Umstellungsarbeiten bewältigen zu können.
- 3) Aus der (auf insgesamt $400 \cdot 32 = 12800$ Wägungen basierenden) mittleren Spannweite $R_4 = 88,33 \text{ g}$ errechnet sich unter Verwendung des Faktors $d_2 = 2,059$ [bei Stichproben (= Gruppen)-Umfang $n=4$] eine Standardabweichung $s=R_4/d_2 = 42,90 \text{ g}$ (vgl. DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 908).
- 4) 13-er Durchschnitte werden gewählt, weil sie einen den Schwankungsverhältnissen adäquaten Glättungseffekt bewirken.
- 5) Die Kontrollgrenzen (OK, UK) werden nach folgender Formel berechnet (vgl. DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 401):

$$OK = \bar{R} \cdot \left(1 + \frac{u \cdot d_3}{d_2 \cdot \sqrt{g}}\right) \quad UK = \bar{R} \cdot \left(1 - \frac{u \cdot d_3}{d_2 \cdot \sqrt{g}}\right)$$

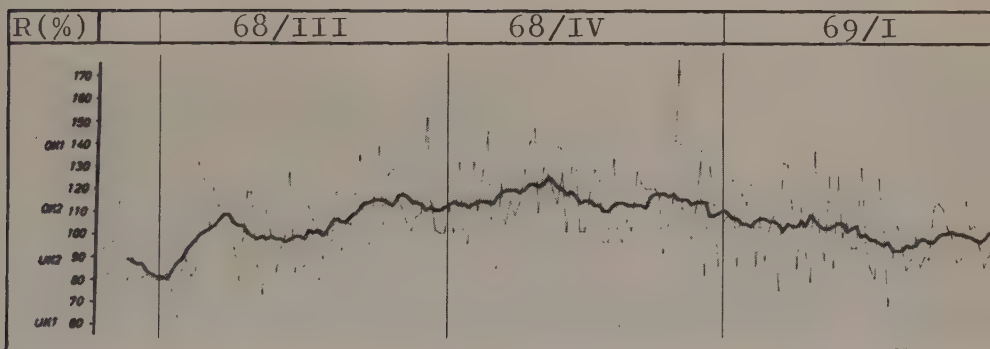
wobei: $\bar{R}$ = Niveaulinie = 100%

$u = 2,58$ ($\alpha = 0,01$)

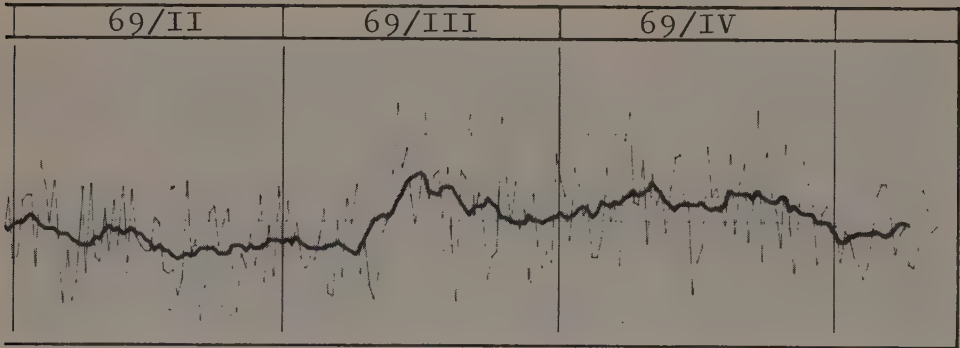
$d_3 = 0,8798$
 $d_2 = 2,0590$ } für Stichproben(=Gruppen)-Umfang $n=4$

$g = \text{Anzahl der Unterstichproben} = 8 \text{ bzw. } 13 \cdot 8 = 104$ (bei den gleitenden Durchschnitten)

Abbildung 4-3: Kontrollkartenmäßige Darstellung der relat
packreifen Käse R(%) von der Durchschnittss
Tagesstreuungsmaß: Mittlere Vierer-Spannwe
Zeichenerklärung: — = relative Tagessp
— = gleitende 13-er-
----- = Kontrollgrenzen
(OK1, UK1) und f



iven Abweichungen der täglichen Gewichtsstreuungen der
 treuung $\overline{R}_4 = 88,325 \text{ g} = 100\%$ im Verlauf von $1 \frac{1}{2}$ Jahren;
 ite von täglich 32 Käsen $gR_4(g)$;
 annweite $R(\%)$;
 Durchschnitt der $R(\%)$;
 ($\alpha = 0,01$) für die relative Tagesspannweite
 ür die gleitenden 13-er-Durchschnitte (OK2, UK2).



der packreifen Käse nicht als völlig zeits tabil betrachtet werden kann. Insbesondere scheint die Tagesstreuung auch etwas mit der Jahreszeit zu variieren, wofür allerdings bisher keine Erklärung gegeben werden kann. Das in Abbildung 4-3 dargestellte Ergebnis dieser Untersuchung läßt es jedoch ratsam erscheinen, bei einer künftigen laufenden Steuerung des mittleren täglichen Stückgewichts immer wieder zu überprüfen, inwieweit die tatsächliche aktuelle Tagesstreuung der Stückgewichte noch mit dem angenommenen Wert übereinstimmt, um bei Veränderungen der Tagesstreuung das Zielmaß, also das gewünschte mittlere Käsegewicht der Tagesproduktion neu festzulegen.

Zur Bestimmung und Überprüfung der Zeits tabilität der Tagesstreuung von Trockenmassegehalt und Fett i. T. - Gehalt bei den packreifen Käsen stehen insgesamt 7 Untersuchungsreihen aus 7 verschiedenen, über ein Jahr verteilten Tagesproduktionen zur Verfügung. Aus diesen Reihen ergeben sich folgende Standardabweichungen:

Reihe i	Anzahl der untersuchten Käse n_i	Standardabweichung der untersuchten Käse s_i	
		Trockenmasse- gehalt (%)	Fett i.T.- Gehalt (%)
1	65	1,368	0,398
2	40	1,206	0,446
3	48	1,093	0,418
4	50	1,326	0,437
5	65	1,267	0,401
6	60	1,408	0,415
7	62	1,036	0,383
Σ	390	$\emptyset$ 1,256	$\emptyset$ 0,412

Eine Homogenitätsprüfung mit Hilfe des BARTLETT-Tests¹⁾ ergibt, daß die Tagesstreuungen bei beiden Merkmalen als konstant betrachtet werden können, so daß auf Basis der errechneten mittleren Standardabweichungen ($s=1,256\%$ für Trockenmassegehalt und $s=0,412\%$ für Fett i.T.-Gehalt) künftig k o n s t a n t e Z i e l m a ß e festgelegt werden können. Allerdings dürfte es auch bei den Merkmalen Trockenmasse- und Fett i.T.-Gehalt zu empfehlen sein, die Tagesstreuungen zumindest sporadisch zu überwachen.

-
- 1) Beim BARTLETT-Test wird folgende Prüfgröße $\hat{\chi}^2$ verwendet (siehe SACHS, L., a.a.O., S. 484f.):

$$\hat{\chi}^2 = \frac{1}{c} \left[2,3026 (v \cdot \lg s^2 - \sum_{i=1}^k v_i \cdot \lg s_i^2) \right], \text{ und zwar}$$

$$\text{mit } c = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{1}{v_i} - \frac{1}{v}}{3 \cdot (k-1)} + 1, \quad s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k v_i s_i^2}{v} \text{ und FG} = k-1;$$

dabei bedeuten:

$$v = n-k = \text{Gesamtzahl der Freiheitsgrade} = \sum_{i=1}^k v_i,$$

n = Gesamtstichprobenumfang,

k = Anzahl der Gruppen (jede Gruppe muß mindestens $n_i = 5$ Beobachtungen enthalten),

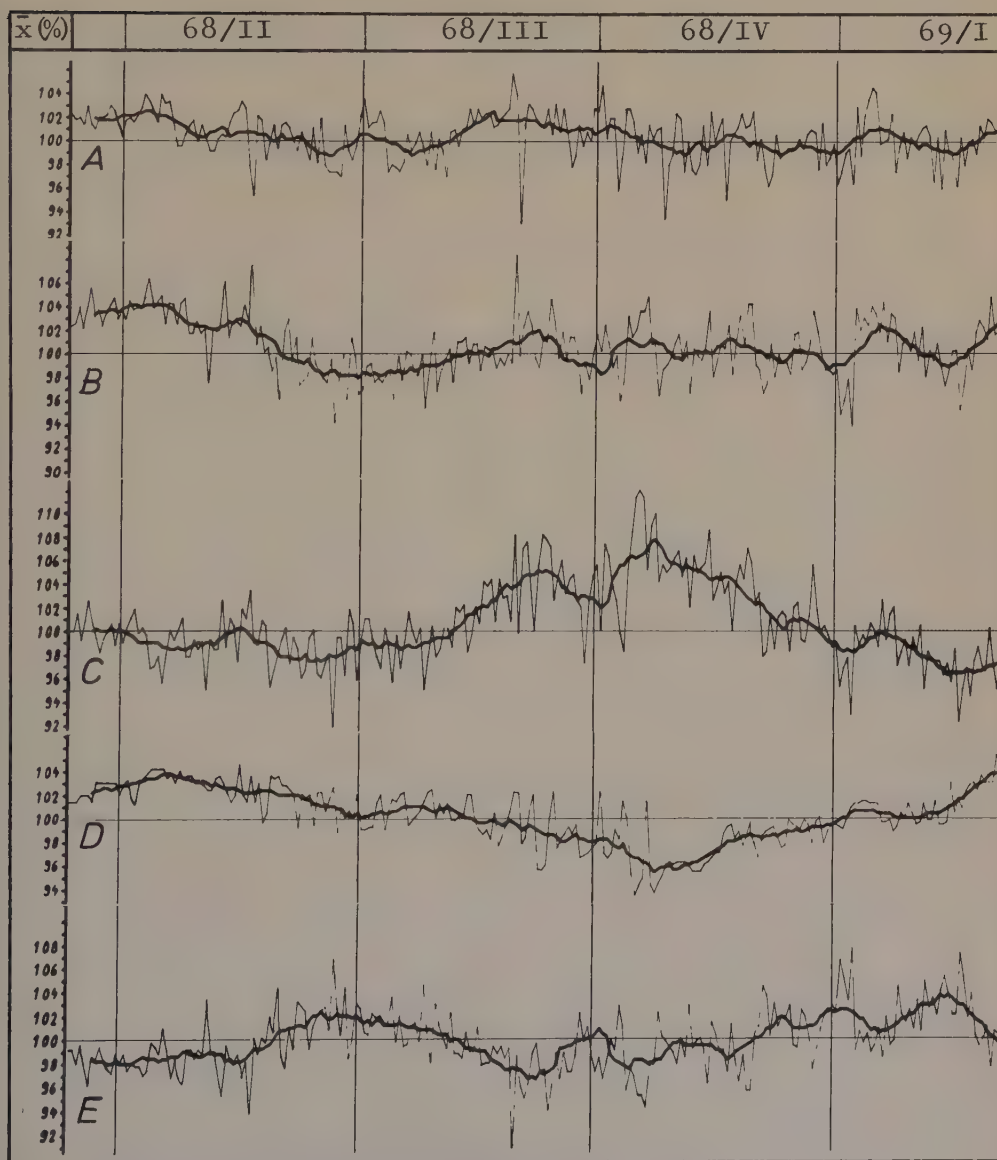
s^2 = Schätzung der gewogenen Varianz,

v_i = Anzahl der Freiheitsgrade in der i -ten Gruppe = $n_i - 1$ und

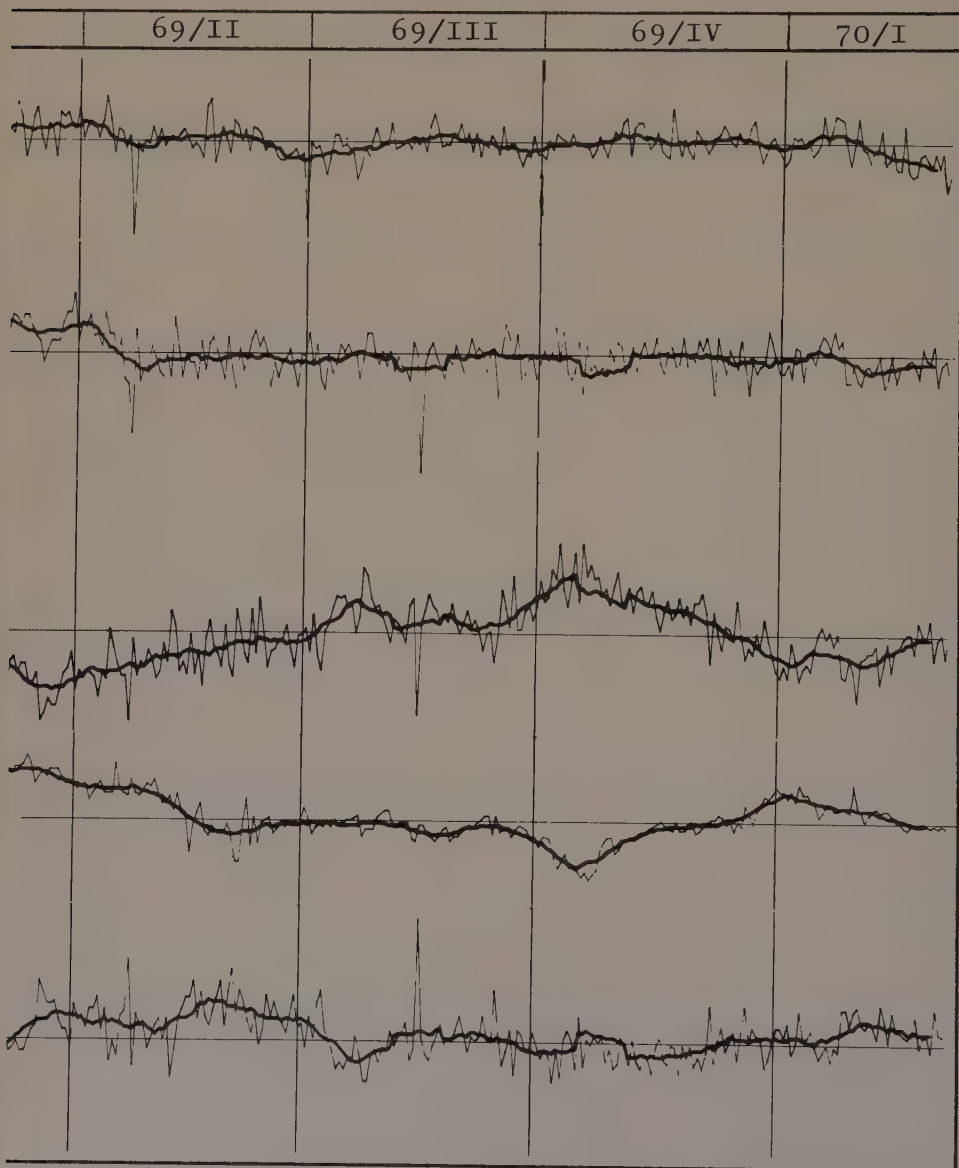
s_i^2 = Schätzung der Varianz der i -ten Gruppe.

Da $\chi^2_{0,05; 6} = 12,6$ wesentlich größer ist als $\hat{\chi}^2 = 8,75$, kann die Tagesstreuung des Trockenmassegehaltes als konstant betrachtet werden. Der entsprechende Prüfwert für den Fett i.T.-Gehalt ist $\hat{\chi}^2 = 1,88$.

Abbildung 5-1: Relation Abweichung der täglichen Durchschnittswerte $\bar{x}$ v
 Kurve A: Rohkäse-Stückgewicht; Kurve B: Stückgewicht der
 trockenmasse; Kurve D: tatsächlicher Milcheinsatz pro St
 Zeichenerklärung: — = einzelne Tagesdurchschnittswerte



on ihrem Gesamtmittelwert $\bar{x} = 100\%$ im Verlauf von 2 Jahren;
 packreifen Käse; Kurve C: Ausbeute der Milch an fettfreier Käse-
 ück Käse; Kurve E: Korrektur des tatsächlichen Milcheinsatzes;
 te $\bar{x}$; — = gleitende 13-er Durchschnitte der $\bar{x}$.



5 ANALYSE DER VARIABILITÄT DER ROHSTOFFAUSBEUTE

5.1 Untersuchung der gegenwärtigen Situation

In Abbildung 5-1 sind fünf mit der Variabilität der *Milchergebigkeit* im Zusammenhang stehende Größen parallel dargestellt, die über einen Zeitraum von etwa zwei Jahren arbeitstäglich aufgezeichnet worden sind. Um die zeitlichen Schwankungen dieser fünf Größen vergleichbar zu machen, verwenden wir bei allen die *Prozentwertskala*, wobei der jeweilige Gesamtdurchschnittswert als Basis 100% gesetzt wird. Zur Verdeutlichung der längerfristigen Veränderungen sind in Abbildung 5-1 neben den Tageswerten auch deren gleitende 13-er Durchschnitte eingetragen.

Kurve A in Abbildung 5-1 zeigt die Schwankungen des tagesdurchschnittlichen Rohkäse-Stückgewichtes, *Kurve B* die des mittleren Stückgewichtes der packreifen Käse. Die durchschnittlichen Tagesgewichte sind aus jeweils 32 zufällig ausgewählten Käsen bestimmt, d. h. die Kurven A und B basieren je auf $500 \cdot 32 = 16\,000$ Meßwerten.¹⁾ *Kurve C* stellt die zeitliche Variabilität der Ausbeute der Milch an fettfreier Käsetrockenmasse dar, die sich über den Zusammenhang

Ausbeute an fettfreier Käsetrockenmasse =

$$(5.1) \quad = \frac{\text{Stückgewicht packreif [kg]}}{\text{Milcheinsatz kg}} \left[\frac{\text{TM [\%]}}{100} - \frac{\text{TM [\%]} \cdot \text{FiT [\%]}}{100 \cdot 100} \right] \cdot 100 [\%]$$

bestimmen läßt. Da Fett i.T.-Gehalt (FiT) und Trocken-

1) Es handelt sich zum Teil um die gleichen ausgewählten Käse, die in Abschnitt 4.3 untersucht worden sind.

massegehalt (TM) der Käse aus Kosten- und Personalgründen nicht an allen Produktionstagen erhoben werden konnten, sind in Formel 5.1 beim Fehlen dieser Werte behelfsweise die in Abbildung 5-2 dargestellten und aus routinemäßigen Analysen bekannten Monatsdurchschnitte eingesetzt.¹⁾

K u r v e D gibt die Veränderungen des tatsächlichen Milcheinsatzes pro Stück Käse wieder und K u r v e E den Verlauf der Größe:

$$\begin{aligned} & \text{Korrektur des tatsächlichen Milcheinsatzes} = \\ (5.2) \quad & = \frac{\text{"notwendiger" Milcheinsatz}}{\text{tatsächlicher Milcheinsatz}} \cdot 100 [\%]. \end{aligned}$$

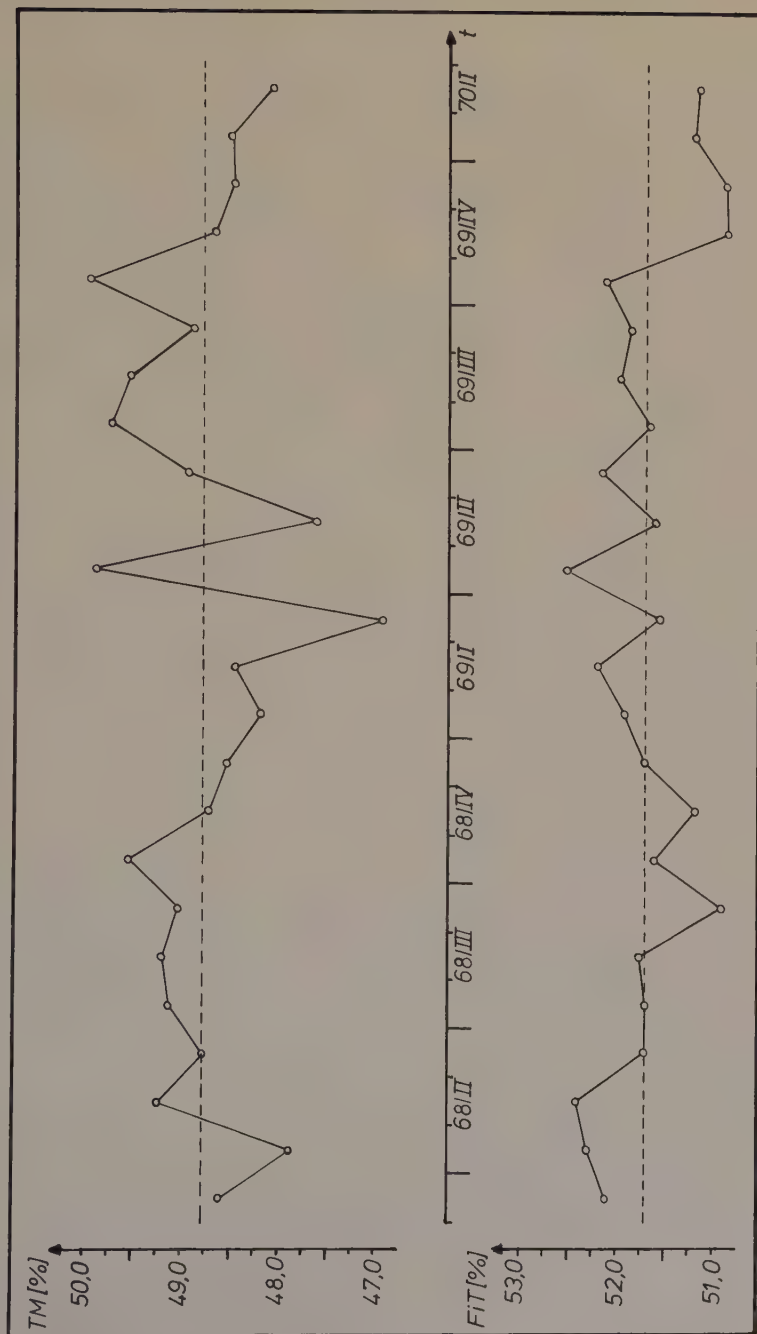
Dabei wird unter "notwendiger" Milcheinsatz die Größe verstanden, welche die Schwankungen der Ausbeute der Milch an fettfreier Käsetrockenmasse (Kurve C) v o l l k o m p e n s i e r e n würde in dem Sinne, daß das Tagesdurchschnittsgewicht der packreifen Käse sowie deren mittlere Trockenmasse- und Fett i.T.-Gehalt auf der jeweiligen Gesamtniveaulinie konstant gehalten würden.²⁾ Wäre diese Bedingung immer erfüllt, würde Kurve E von ihrer Niveaulinie nicht abweichen.

Der schwankende Verlauf der Kurve E zeigt, daß die starke saisonale Variabilität der Rohstoffergiebigkeit (Kurve C) durch die bisher gefühls- und erfahrungsmäßige Variation des Milcheinsatzes (Kurve D) schlecht ausgeglichen und wegen der tendenziell zu kräftigen Steuerungsausschläge teilweise überkompensiert wird; letzteres kommt in gegensinnigen Abweichungen der Kurven C und E zum Ausdruck.

1) Bei diesen wird jeweils ein Gemisch von Stichproben (sog. Bohrlingen) aus 40 verschiedenen Käsen untersucht, um individuelle Schwankungen der Käse auszugleichen.

2) Die Frage, ob diese Niveaulinien auch dem gewünschten Tagesmittelwert = Zielmaß entspricht, wird davon noch nicht berührt.

Abbildung 5-2: Montasdurchschnittlicher Trockenmassegehalt (TM) und Fett i.T.-Gehalt (FiT);
5 bis 8 Messungen pro Monat; Gesamtmittelwerte: $\overline{TM} = 48,759\%$; $\overline{FiT} = 51,703\%$.



Die längerfristigen Gewichtsschwankungen der packreifen Käse vermindern sich, wie Kurve B zeigt, ab Frühjahr 1969 merklich. Dies ist größtenteils einer ab Mai 1969 verstärkten Regelung des Trocknungsprozesses zuzuschreiben. Diese gewichtssorientierte Trocknungssregelung hat jedoch, solange mit ihr nicht eine exakte Steuerung des Milcheinsatzes verbunden ist, den wesentlichen Nachteil, daß eine Verringerung der Gewichtsschwankungen tendenziell zu Lasten der Gleichmäßigkeit des Trockenmassegehaltes geht. Diese Erfahrung wird durch den Verlauf der Trockenmasse-Kurve in Abbildung 5-2 bestätigt.

Die mangelhafte Beherrschung der Variabilität der Milchergiebigkeit ist für die Molkereiwirtschaft wegen der dadurch erforderlichen großen Sicherheitszuschläge beim Rohstoffeinsatz das wirtschaftlich bedeutsamste Problem. Da bisher brauchbare Methoden zur analytischen Vorausbestimmung der zu erwartenden Milchergiebigkeit fehlen, wollen wir zunächst die Verbesserungsmöglichkeiten untersuchen, die ein statistisches, rückkoppeln- des Regelsystem, wie es die Kontrollkartentechnik darstellt, bringen könnte. Die Wirksamkeit eines solchen Verfahrens hängt, wie bereits in Kapitel 1 angedeutet, weitgehend von der Art der zu kontrollierenden Schwankungen sowie vom Zeitintervall zwischen Entstehung und Nachweis einer Veränderung der Fabrikationsbedingungen ab. Wenn einer Verschiebung im Produktionsablauf wirksam begegnet werden soll, muß die Information über diese rechtzeitig erfolgen, d. h. die stichprobenweisen Meßergebnisse müssen so aktuell sein, daß sie den momentanen Stand der Fertigungsverhältnisse im wesentlichen noch richtig beschreiben. Je verzögerungsfreier ein rückkop-

pelndes Kontrollsystem arbeitet, desto geringer ist die potentielle Schlecht- oder Fehlfabrikationsmenge; desto eher gelingt es aber auch, die un v e r m e i d b a r e Streuung des Produktionsprozesses dadurch klein zu halten, daß mit Hilfe enger Regelgrenzen auch kleinere z y k l i s c h e Veränderungen als v e r m e i d b a r nachgewiesen und korrigiert werden. Je mehr die Stichprobeninformationen hingegen verzögert sind, desto größer wird die unvermeidbare Streuung und desto weiter muß der Abstand der Regelgrenzen werden, denn unerwünschte Verschiebungen, die i n n e r h a l b des Verzögerungsintervalls des Kontrollsystems oszillieren, können nicht rechtzeitig verbessert werden. Würden derartige Schwankungen durch Überschreitung z u e n g e r Regelgrenzen Korrekturaktionen auslösen, so entstünde die Gefahr v o r e i l i g e r Eingriffe in den Prozeß, die dessen Beherrschung keinesfalls verbessern, sondern eher verschlechtern würden.¹⁾

Die früheste zur Verfügung stehende O u t p u t - G r ö ß e , an der sich eine r ü c k k o p p e l n - d e Milcheinsatzregelung orientieren könnte, wäre das G e w i c h t der R o h k ä s e , das am 2. Tag des Produktionsprozesses bestimmt werden kann. Diese Größe repräsentiert jedoch die Veränderungen der Milchergiebigkeit deshalb verhältnismäßig schlecht, weil gerade in diesem frühen Produktionsstadium mit großen Schwankungen des erst n a c h der Trocknungsphase bestimm- baren T r o c k e n m a s s e g e h a l t e s zu rechnen ist. Betrachtet man außerdem in Abbildung 5-1

1) In der angelsächsischen Literatur wird die zu enge Festlegung von Regelgrenzen bei Kontrollkarten treffend als "overadjustment" bezeichnet (vgl. z.B. WARD, R.V.: Statistical Quality Control in the Chemical Industry; in: Industrial Quality Control, July 1963, S. 4-8; vgl. dazu auch SCHAAFSMA, A.H./WILLEMZE, F.G., a.a.O., S. 153ff.).

den Verlauf der Kurve A, welche die Variabilität des tagesdurchschnittlichen Rohkäse-Stückgewichtes zeigt, so stellt man fest, daß der größte Teil der Gesamtschwankung i n n e r h a l b des erhebungstechnisch bedingten Verzögerungsintervalls von 2 Tagen oszilliert und daher mit Hilfe eines rückkoppelnden Regelverfahrens nicht ausgeschaltet werden kann. Durch eine K o n t r o l l - k a r t e n - Regelung auf Basis des R o h k ä s e g e w i c h t s ließe sich also gegenüber dem jetzigen Zustand keine wesentliche Verringerung der tagesdurchschnittlichen Gewichtsschwankungen erzielen. Würde die A u s - b e u t e der Milch an f e t t f r e i e r K ä s e - t r o c k e n m a s s e (Kurve C), die als Output-Größe frühestens am 8. Tage des Produktionsprozesses bestimmbar ist, als Orientierungsunterlage einer Nachlaufregelung verwendet, könnten die längerfristigen Schwankungen der Milchergiebigkeit wohl geringfügig besser ausgeglichen werden, als dies mit der bisherigen gefühlsmäßigen Variation des Milcheinsatzes (Kurve D) gelingt. Eine Reduzierung der in Kauf zu nehmenden Schwankungsbreite unter $\pm 3\%$ mit Hilfe eines auf V e r g a n g e n h e i t s w e r t e n basierenden Regelungsverfahrens erscheint jedoch wegen der starken Variabilität der Milchergiebigkeit (Kurve C) i n n e r h a l b des Verzögerungsintervalls von 2 bzw. 8 Tagen nicht möglich. Für eine weitergehende Verbesserung der Rohstoffeinsatzsteuerung ist also die Entwicklung einer Methode zur sicheren V o r a u s b e - s t i m m u n g der Ergiebigkeit der einzusetzenden Milch unumgänglich.

5.2 Ermittlung einer Methode zur Vorausschätzung der Milchergiebigkeit

Wie schon in Abschnitt 2.3¹⁾ dargelegt, stellt die kritische Größe für die Käseergiebigkeit der Milch deren **K ä s e s t o f f g e h a l t** (KF-Gehalt) dar, an dem die **M e n g e** sowie der **F e t t g e h a l t** der einzusetzenden Milch orientiert werden müssen. Den in der Fachliteratur vorgeschlagenen Analysenmethoden zur **V o r a u s s c h ä t z u n g** des KF-Gehaltes der Milch²⁾ haftet allgemein der Mangel an, daß sich mit ihnen wegen zu großer **F e h l e r t o l e r a n z e n** praktisch keine Verbesserungen gegenüber einer sorgfältigen, gefühlsmäßigen Steuerung des Rohstoffeinsatzes erzielen lassen. Der weite Fehlerbereich dieser Methoden erklärt sich hauptsächlich daraus, daß sie zu **w e n i g s p e z i f i s c h** arbeiten, d. h. nicht exakt den KF-Gehalt, sondern eine mehr oder weniger große Gruppe von Eiweiß- oder Trockensubstanzkomponenten der Milch erfassen, die mit dem gesuchten KF-Gehalt offenbar nicht so eng korreliert sind, wie das unterstellt wird.³⁾ Außerdem können

1) Vgl. S. 33 f.

2) Vgl. hierzu SCHULZ, M.E./KAY, H.: Käse-Tabellen, Eiweiß-titer-Fetteinstellung-Sollausbeute, 2. Aufl., Milchwirtschaftlicher Verlag Th. Mann KG., Hildesheim 1957.
Vgl. BERGMANN, T./JOSST, K.: Ausbeuteformeln für "55+"-, "60+"- und Kittbehandelte (Tilsiter) Käse; in: Mitteilungen Nr. 70 des Reichsverbandes Schwedischer Molke-reien, Produktionstechnische Abt., Stockholm 1962, S. 1-12.
Vgl. JOOST, K.: Einstellung des Fettgehaltes der Käse-reimilch; in: Mitteilungen Nr. 71 des Reichsverbandes Schwedischer Molkereien, Produktionstechnische Abt., Stockholm 1962, S. 1-14.

3) Vgl. LABUSCHAGNE, J.H.: The Reliability of the Relationship between certain Milk Constituents and Cheese Yields; in: Dairy Science Abstracts, Feb. 1967, S. 80.
Vgl. LJUNGGREN, B./LINDQVIST, B.: Der Zusammenhang zwischen verschiedenen Methoden zur Proteinbestimmung in Milch; in: International Dairy Congress, Section B, München 1966, S. 169-175.
Vgl. RENNER, E./SCHUSTER, J./KIERMEIER, F.: Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen den Bestandteilen der Kesselmilch und denen des Käses; in: Milchwissenschaft, Heft 9, 1966, S. 551-556.

die Ergebnisse bei manchen dieser Methoden durch andere Störfaktoren wie Reifegrad oder Pufferungsverhalten der Milch etc. verfälscht werden.

Bei der Suche nach Möglichkeiten einer genaueren Vorausbestimmung des KF-Gehaltes der Milch stehen fünf verschiedene Analysenmethoden I, II, III, IV und V zur Diskussion. Diese werden zunächst in Versuchsreihen mit jeweils ein und derselben Milch auf die Repräsentierbarkeit der Meßwerte für den KF-Gehalt überprüft.¹⁾ Bei diesen ausgedehnten Laboruntersuchungen erweist sich Methode V wegen großer Streuungen bei den Mehrfachbestimmungen als unbrauchbar. Methode IV scheidet wegen zu starker Abhängigkeit der Ergebnisse von unkontrollierbaren Untersuchungsbedingungen aus. Analysenmethode I arbeitet mit einem Variationskoeffizienten von $CV = 0,23\%$ bei einer Reihe von 40 Parallelmessungen sehr exakt und auch relativ schnell. Bei den Methoden II und III, die ursprünglich sehr zeitaufwendig sind, gelingt es, die Untersuchungszeit durch entsprechende Modifikationen und apparative Einrichtungen unter die betriebsorganisatorisch geforderte Spanne von 12 Stunden zu senken, ohne dabei die Genauigkeit bei den Parallelmessungen wesentlich zu verschlechtern (Methode II: $CV = 0,25\%$; Methode III: $CV = 0,29\%$).

Diese Analysenmethoden I, II und III sollen nun auf ihre Aussagefähigkeit hinsichtlich der zu erwartenden Milcherergiebigkeit untersucht werden. Zu diesem Zwecke werden im Lauf von 12 Monaten arbeitstäglich ein bis zwei großtechnische Probeverkäsungen von etwa 360 kg

1) Da die Analysenmethoden I bis V nur Konventionsmethoden sind, stellen die ermittelten Analysewerte nicht direkte Schätzwerte für den KF-Gehalt der Milch dar, sondern lediglich mit diesem korrelierte Meßwerte.

Milch mit konstanter MilCHFetteinstellung von FM = 3,50% durchgeführt. Über das mittlere Stückgewicht sowie den jeweiligen durchschnittlichen Trockenmassegehalt (TM), Fett i.T.-Gehalt (FiT) und Kochsalzgehalt (NaCl) der Probekäse wird pro Versuch der Käsestoffgehalt der eingesetzten Milch KF wie folgt berechnet:¹⁾

$$(5.3) \quad KF = \frac{\text{Stückgewicht packreif [kg]}}{\text{Milcheinsatz [kg]}} \cdot \left[\frac{TM [\%]}{100} - \frac{TM [\%] \cdot FiT [\%]}{100 \cdot 100} - \frac{NaCl [\%]}{100} \right] \cdot 100 [\%].$$

Die auf diese Weise r e t r o g r a d ermittelten KF-Werte werden den entsprechenden Analysewerten gegenübergestellt, die aus der eingesetzten Milch mittels der Methoden I, II und III als Ergiebigkeitswerte (e) ermittelt worden sind. Von den insgesamt 490 Probekesseln werden mit der relativ einfachen Methode I alle, mit der Methode II etwa jeder zweite und mit der aufwendigen Methode III durchschnittlich jeder fünfte untersucht. Die drei Reihen von 490, 263 bzw. 100 Wertepaaren [Milchergiebigkeitswert (e), Käsestoffgehalt (KF)] werden auf Lochkarte festgehalten.

Zur Auswertung dieses Datenmaterials wird ein im Hinblick auf weitere analytische Untersuchungen sehr allgemein gehaltenes Programm ERGIEB zusammengestellt, das die eingegebenen Wertepaare (e, KF) zwecks Vergleichbarkeit mit den anderen Meßreihen in R e l a t i v w e r t e ($x = \frac{e}{\bar{e}} \cdot 100$; $y = \frac{KF}{\bar{KF}} \cdot 100$) t r a n s f o r m i e r t und durch diese eine Regressionsfunktion nach der Methode der kleinsten Quadrate approximiert. Da nicht a priori unterstellt werden kann, daß ein l i n e a r e r R e -

1) Gegenüber der Größe "Ausbeute an fettfreier Käsetrockenmasse" (siehe Gleichung 5.1) ist KF um den Einfluß des (nicht milchabhängigen) Kochsalzgehalts bereinigt.

gressionsansatz den Zusammenhang der jeweiligen x- und y-Werte optimal beschreibt, wird als Kurventyp die allgemeine Potenzfunktion

$$(5.4) \quad y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$$

zugrundegelegt. Dieses algebraische Polynom wird deshalb gewählt, weil es in unserem Falle nicht möglich ist, aufgrund von Erfahrungen oder von theoretischen und logischen Gesichtspunkten eine problemspezifische, mathematische Funktionalform (wie etwa eine logarithmische, exponentielle oder logistische Kurve) anzugeben.¹⁾ Die Benutzung eines allgemeinen Polynoms ergibt grundsätzlich dann keine wesentlichen Nachteile, wenn das Ziel der Untersuchung nicht die Erforschung der Struktur und Gesetzmäßigkeit eines bestimmten Zusammenhanges ist, sondern wenn wir, wie hier, lediglich an einer yx-Schätzfunktion zum Zwecke einer erwartungstreuen Punktschätzung interessiert sind.²⁾ Das Fehlerrisiko bei Punktschätzungen mit Hilfe einer solchen

1) Vgl. EZEKIEL, M./FOX, K.A.: Methods of Correlation and Regression Analysis, 3rd ed., Wiley & Sons Inc./CHAPMAN & HALL Ltd., New York/London 1959, S. 74.
Vgl. SNEDECOR, G.W./COCHRAN, W.G., a.a.O., S 447ff.

2) Ähnliche Überlegungen gelten hinsichtlich der Tatsache, daß bei der üblichen Regressionsrechnung die Summe der parallelen zur Ordinate gemessenen Abweichungsquadrate minimiert wird; dies setzt im Hinblick auf die Erwartungstreue der Parameterschätzungen voraus, daß die unabhängige Größe (x) nicht mit (zufälligen) Meßfehlern behaftet ist. Ist dies jedoch, wie hier, der Fall, bekommt man zwar verzerrte und inkonsistente Parameterschätzungen, aber Punktschätzungen über diese berechnete Regressionsfunktion sind dennoch erwartungstreu (siehe z. B. JOHNSTON, J.: Econometric Methods, Mc Graw-Hill Book Company Inc., New York 1963, S. 161ff.). Zur Vorgehensweise, wenn die Parameter unverzerrt geschätzt werden müssen vgl. JOHNSTON, J., S. 148ff. und HALD, A., a.a.O., S. 525f.

n i c h t p r o b l e m s p e z i f i s c h e n y_x -
Schätzfunktion nimmt allerdings stark zu, sobald diese
über ihren Geltungsbereich hinaus e x t r a p o l i e r t
wird. Dieses Problem existiert aber bei unserer Untersuchung
nicht, weil das vorliegende Datenmaterial bereits den gan-
zen, im Jahresablauf möglichen Schwankungsbereich der x -
und y -Werte überdeckt.

Die algebraische Summenfunktion 5.4 wird vom (in ERGIEB
eingebauten) IBM-Programm POLRG¹⁾ ausgehend vom ersten Grad
(= linearer Ansatz) s c h r i t t w e i s e solange
u m e i n e n G r a d e r h ö h t , bis eine wei-
tere Anhebung des Polynom-Grades keine Verbesserung der
Approximation mehr erbringt. Tabelle 5-1 zeigt die er-
rechneten Regressionsfunktionen, die bei unserem Datenma-
terial allerdings nicht über den zweiten Grad (= allge-
meiner parabolischer Ansatz) hinausgehen, da hier nach dem
im Programm POLRG benutzten E n t s c h e i d u n g s -
k r i t e r i u m der günstigste Anpassungsgrad schon
erreicht ist. Die Verbesserung der Kurvenanpassung wird
beim Programm POLRG, wie bei den meisten EDV-Programmen
dieser Art,²⁾ in Form der Verringerung der restlichen
S u m m e d e r A b w e i c h u n g s q u a d r a t e
(SQ-Rest) gegenüber dem beim letzten Schritt berechneten
SQ-Rest-Wert ausgedrückt. Wird diese Differenz ≤ 0 , bricht
das Programm ab. Diese Steuergröße besitzt zwar den Vor-
teil großer Einfachheit, hat aber mit einer s t a t i -
s t i s c h e n S i g n i f i k a n z p r ü f u n g
(F-Test) der Verbesserung der Approximation durch die
Graderhöhung nichts zu tun. Daher muß bei solchen Pro-
grammen mit der Möglichkeit gerechnet werden, daß ein zu
hoher Polynom-Grad bestimmt wird, bei dem die MQ-Rest-
Größe bzw. der S t a n d a r d f e h l e r d e r R e s i -
d u e n $s_{y,x}$ bereits wieder zunimmt. Ob der vom Pro-

1) Siehe IBM, SSP, a.a.O.

2) Siehe SNEDECOR, G.W./COCHRAN, W.G., a.a.O., S. 461.

Tabelle 5-1: Die schrittweise angepaßten yx-Regressionsfunktionen für die Analysenmethoden I, II und III; x = relativierter Ergiebigkeitswert (e); y = relativierter Käsestoffgehalt (KF); $\bar{x}=\bar{y}=100\%$.

Gleichungsnummer	Analysen-Methode	Schritt = Grad	polynomische yx-Regressionsfunktion
(5.5)	I	1.	$y' = 27,30045 + 0,72702 x$
(5.6)		2.	$y' = 84,88992 - 0,42511 x + 0,005757 x^2$
(5.7)	II	1.	$y' = 144,3044 - 0,44304 x$
(5.8)		2.	$y' = 263,5946 - 2,82937 x + 0,011923 x^2$
(5.9)	III	1.	$y' = -6,52741 + 1,06528 x$

Tabelle 5-2: Tafel der Varianzanalyse zur Bestimmung des höchsten signifikanten Polynom-Grades;
relative KF-Gehalte (y); Analysemmethode I.

Variabilitätserklärung	SQ	FG	MQ	MQ-Relation	F-Wert		Signifikanz
					$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	
Lineare Regression	2 404,00	1	2 404,000	342,46	3,86	6,69	hochsign.
Rest	3 425,64	488	7,020	.	.	.	.
Überschuß für quadr. Reg.	2,91	1	2,916	0,42	3,86	6,69	nicht sign.
Rest	3 422,73	487	7,028	.	.	.	.
Total	5 829,64	489	.	.	.	.	.

Tabelle 5-3: Tafel der Varianzanalyse zur Bestimmung des höchsten signifikanten Polynom-Grades;
relative KF-Gehalte (y); Analysemmethode II.

Variabilitätserklärung	SQ	FG	MQ	MQ-Relation	F-Wert		Signifikanz
					$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	
Lineare Regression	479,54	1	479,538	34,78	3,88	6,74	hochsign.
Rest	3 938,51	261	15,090	.	.	.	.
Überschuß für quadr. Reg.	5,27	1	5,264	0,35	3,88	6,73	nicht sign.
Rest	3 933,24	260	15,128	.	.	.	.
Total	4 418,05	262	.	.	.	.	.

gramm POLRG bestimmte höchste Polynom-Grad tatsächlich optimal im statistischen Sinne, also im Sinne eines minimalen $s_{y,x}$ bzw. eines maximalen absoluten Korrelationskoeffizienten r ist, kann mit Hilfe der Varianzanalyse überprüft werden. In unserem Falle geht aus den Tabellen 5-2 und 5-3 hervor, daß bei Analysemethoden I wie bei II durch das Hinzufügen des quadratischen Gliedes trotz der Reduzierung der SQ-Rest-Größe die MQ-Rest Größe aufgrund der Verringerung der Anzahl der Freiheitsgrade bereits wieder zunimmt.¹⁾ Weil das aber einer Vergrößerung des Standardfehlers der Residuen $s_{y,x}$ und einer Verringerung des absoluten Korrelationskoeffizienten r gleichkommt - dies wird auch in Tabelle 5-4 bestätigt -, bringt das Hinzufügen des quadratischen Gliedes hier nicht eine Verbesserung, sondern ein Verschlechtern der Approximation. Das bedeutet, daß nicht nur bei der Analysenmethode III, sondern auch bei I und II der lineare Ansatz optimal im statistischen Sinne ist.

Zur Veranschaulichung der Zusammenhänge druckt das Programm ERGIEB nach der rechnerischen Behandlung des eingegebenen Datenmaterials (Tabelle 5-1 bis 5-4) die relativierten Wertepaare (x,y) nach vollautomatischer Klassenbildung formatfüllend in einen Koordinaten-Raster vorgegebener Größe (Abbildung 5-3, 5-4 und 5-5). Für den Fall, daß eine bestimmte Koordinate öfter als einmal besetzt ist, erscheint hier statt eines Sterns (*) die Ziffer der Besetzungszahl; weiterhin werden an den Koordinatenachsen der Minimal- und der Maximalwert, sowie die Mittelwerte $\bar{x} = \bar{y} = 100\%$ eingetragen.

1) Vgl. dazu auch Tabelle 3-12

Abbildung 5-3: Zusammenhang der 490 Wertepaare (x,y) der Analysenmethode I; x = relativierter Er-
giebigkeitswert (e); y = relativierter
Käsestoffgehalt (KF); $\bar{x} = \bar{y} = 100\%$; Klas-
senbreite für x = 0,2911%, für y = 0,4289%.

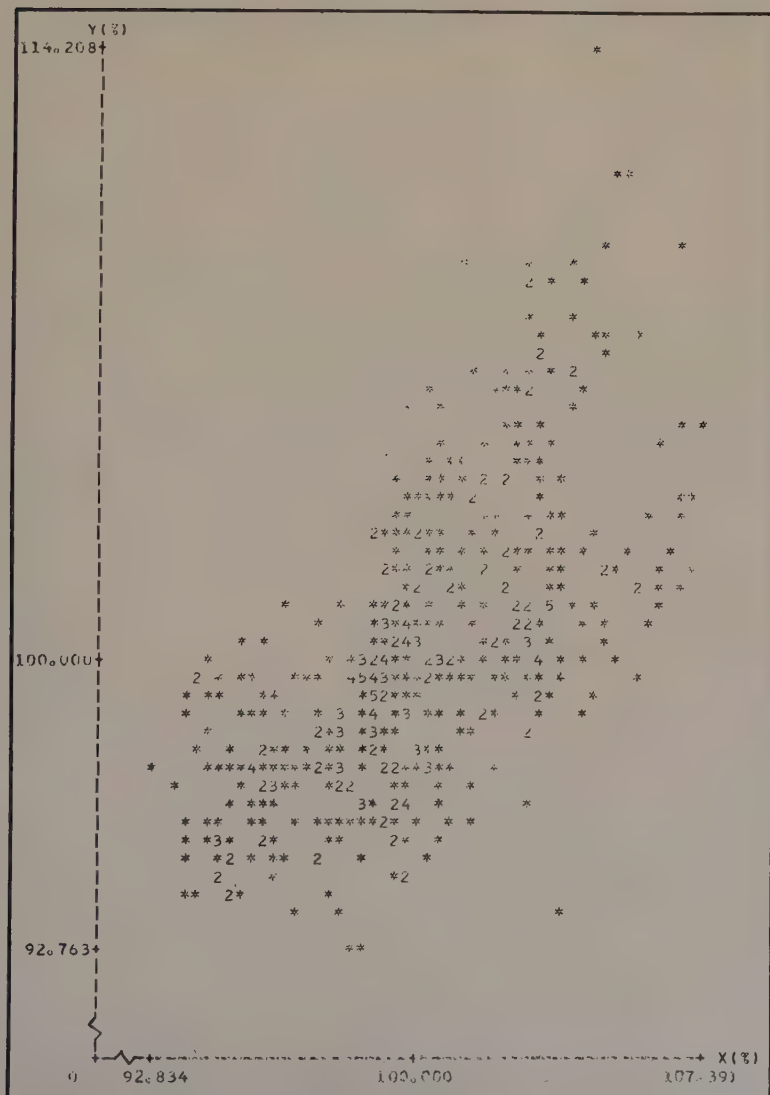


Abbildung 5-4: Zusammenhang der 263 Wertepaare (x,y) der Analysenmethode II; x = relativierter Ergiebigkeitwert (e); y = relativierter Käsestoffgehalt (KF); $\bar{x} = \bar{y} = 100\%$; Klassenbreite für x = 0,3016%, für y = 0,4189%.

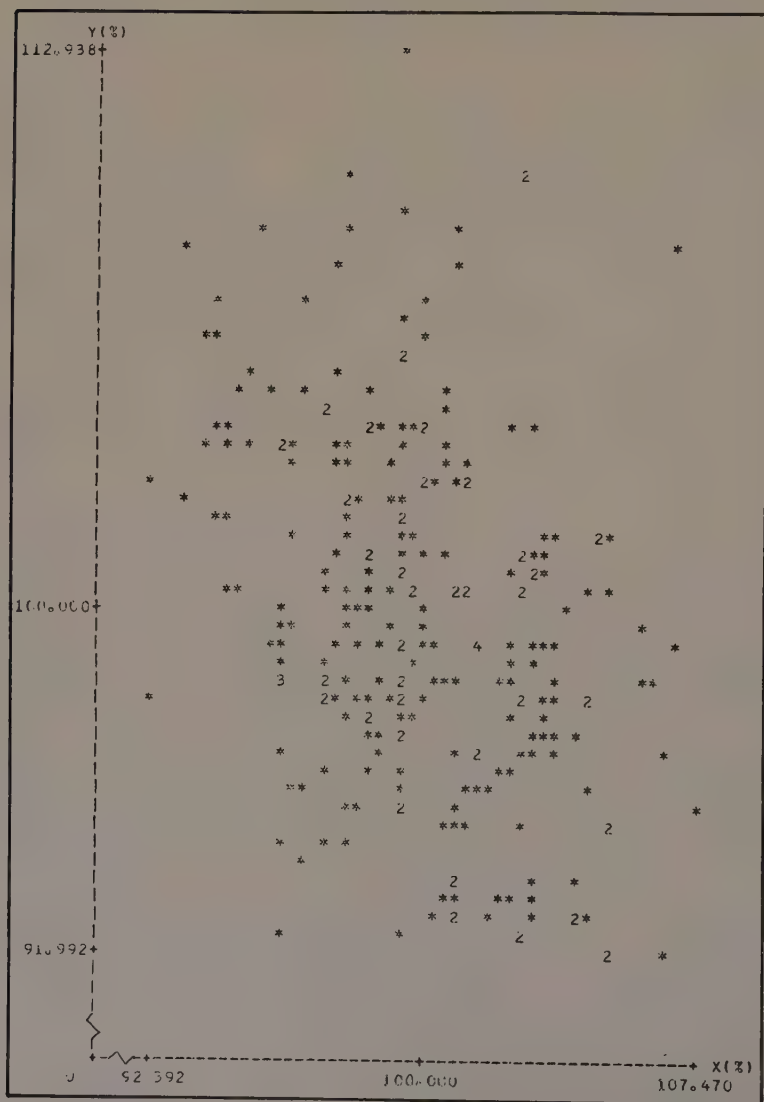
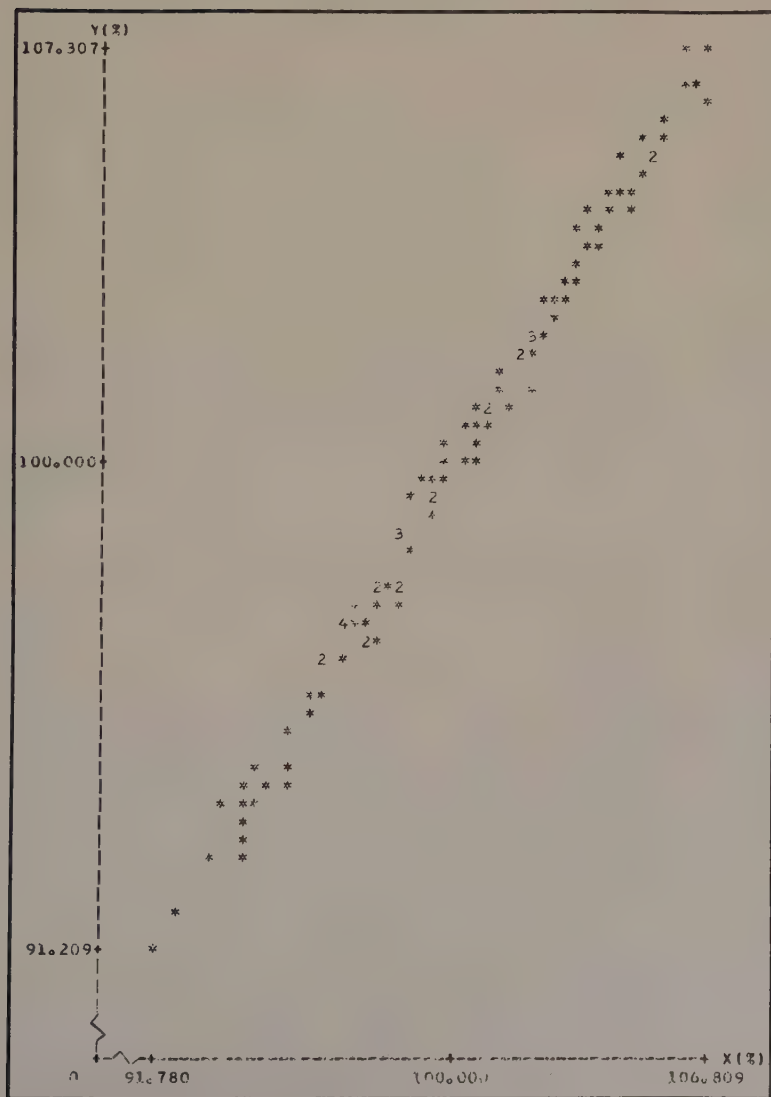


Abbildung 5-5: Zusammenhang der 100 Wertepaare (x,y) der Analysenmethode III; x = relativierter Ergiebigkeitswert (e); y = relativierter Käsestoffgehalt (KF); $\bar{x} = \bar{y} = 100\%$; Klassenbreite für x = 0,3006%, für y = 0,3220%.



Die sämtlich hochsignifikant von null verschiedenen Korrelationskoeffizienten r in Tabelle 5-4 zeigen zunächst, daß alle drei Analysenmethoden einen, wenn auch unterschiedlich großen, Aussagewert bezüglich des KF-Gehalts der Milch (vgl. die Abbildungen 5-3 bis 5-5) haben. Methode II ist allerdings mit einem Korrelationskoeffizienten $r = -0,32$ (= geringer negativer Zusammenhang) wesentlich schlechter als andere in der Fachliteratur vorgeschlagene Methoden; die einfache und schnelle Methode I entspricht hinsichtlich ihrer Aussagekraft ungefähr diesen bereits bekannten Analysenmethoden. Das bedeutet, daß wir eine echte Verringerung der in Abschnitt 5.1 dargestellten Produktionsschwankungen zur Zeit nur mit Hilfe der komplizierten und apparativ aufwendigen Analysenmethode III erreichen können, deren Ergiebkeitsmeßwerte bei einem Korrelationskoeffizienten von $r = 0,995$ fast funktional mit KF-Werten der Milch zusammenhängen, wie auch aus Abbildung 5-5 zu entnehmen ist. Auf der Grundlage dieser unerwartet präzisen Methode III wollen wir die gesuchten Rohstoffeinsatzformeln aufbauen.

5.3 Entwicklung einer Rohstoffeinsatzformel auf Basis der Analysenmethode III

Verwenden wir eine nach der Methode der kleinsten Quadrate errechnete Regressionsfunktion etwa der Form $y' = a+bx$ als yx -Schätzfunktion, so ist die Wahrscheinlichkeit, mit dem zu einem bestimmten gemessenen x_i gehörigen Regreßwert y'_i den wahren Wert y_i (d. h. in unserem Falle die Ausbeute, die tatsächlich erzielt werden wird) zu ü b e r s c h ä t z e n gleich der Wahrscheinlichkeit ihn zu u n t e r s c h ä t z e n . Wegen der in Abschnitt 2.2 angesprochenen gesetzlichen Mindestvorschriften für Stückgewicht, Trockenmasse- und Fett i.T.-Gehalt des Käses soll jedoch eine Rohstoffeinsatzformel so ausgelegt werden, daß

Tabelle 5-4: Vergleich der Standardfehler der Residuen und Prüfung der Korrelationskoeffizienten auf Verschiedenheit von null (= kein Zusammenhang zwischen x- und y-Werten);
x = relativierter Ergiebigkeitswert (e); y = relativierter Käsestoffgehalt (KF);
 $\bar{x} = \bar{y} = 100\%$.

Analysen- methode	Anzahl der Wertepaare (x,y) n	Grad der Funktion k	Standardfehler der Residuen s _{y.x}	Korrelations- koeffizient ¹⁾ r	kritischer Wert für r ²⁾ $\alpha = 0,05$ $\alpha = 0,01$	Signifikanz von r	
I	490	1.	2,6495	+ 0,6412	0,09	0,11	hoch sign.
	490	2.	2,6511	+ 0,6407	0,09	0,11	hoch sign.
II	263	1.	3,8846	- 0,3242	0,12	0,16	hoch sign.
	263	2.	3,8895	- 0,3208	0,12	0,16	hoch sign.
III	100	1.	0,3865	+ 0,9954	0,19	0,25	hoch sign.

1) Die Korrelationskoeffizienten für die Funktionen 2. Grades werden über den Zusammenhang

$$r = \sqrt{\frac{\text{durch die Regressionsfunktion erklärte Varianz von } y}{\text{Gesamtvarianz von } y}}$$

errechnet (vgl. dazu FÖRSTER, E./EGERMAYER, F.: Korrelations- und Regressionsanalyse, Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1966, S. 127).

2) Diese Prüfgröße $p \alpha; v = \frac{t^2 \alpha; v}{t^2 \alpha; v + v}$ stellt den Zufallshöchstwert für r dar;

hierbei sind t = Tabellenwert der STUDENT-Verteilung, v = n-2 bei linearem und v = n-3 bei quadratischem Ansatz (siehe dazu FÖRSTER, E./EGERMAYER, F., S. 233 und 267).

die Wahrscheinlichkeit eines zu geringen Rohstoffeinsatzes (= usbeuteüberschätzung) klein ist, also nicht 50%, sondern z. B. nur 5% beträgt.

Damit haben wir uns näher mit dem "Fehler der individuellen Prognose" zu befassen, der sich aus dem "Standardfehler der Regressionsgeraden" und dem "Standardfehler der Residuen" zusammensetzt: Zunächst müssen wir uns vor Augen halten, daß die Regressionsfunktion $y' = a + bx$ nicht aus allen theoretisch möglichen xy -Messungen gleicher Art, also nicht aus einer Grundgesamtheit, sondern lediglich aus einer Stichprobe - bei Analysenmethode III beträgt der Stichprobenumfang $n = 100$ - errechnet ist. Damit kann diese Stichproben-Regressionsgerade mehr oder weniger stark von der unbekannten, wahren Regressionsgeraden der Grundgesamtheit abweichen. Anstatt der für die Regressionsfunktion üblichen Schreibweise

$$(5.10) \quad y' = a + bx$$

können wir diese Gleichung über den Zusammenhang $a = \bar{y} - b\bar{x}$ auch wie folgt schreiben:¹⁾

$$(5.11) \quad y' = \bar{y} + b(x - \bar{x}).$$

Durch diese Mittelpunktstrachtung wird unmittelbar einleuchtend, daß sich eine Abweichung eines bestimmten, aufgrund eines konkreten Meßwertes x_i über die Stichproben-Regression errechneten Regreßwerte y'_i von dem entsprechenden $\bar{y}_i$, also von der zu diesem x_i gehörigen y -Koordinate auf der wahren Regressionsgeraden, durch zwei Komponenten erklären läßt:

1) Vgl. GÜLICHER, H.: Hilfsblätter zur Statistik für Wirtschafts- und Sozialwissenschaftler II, Münster 1970, S. 156f.

Ein Unterschied zwischen y'_i und Y'_i kann zum einen durch eine Abweichung des $\bar{y}$ vom wahren Mittelwert $\bar{Y}$ und zum anderen durch eine Abweichung des b von dem wahren Regressionskoeffizienten β verursacht werden. Eine Abweichung von $\bar{y}$ bedeutet geometrisch eine Parallelverschiebung der Regressionsgeraden in Ordinatenrichtung und hat daher unabhängig vom Abszissenwert x immer die gleiche additive Wirkung auf den Regreßwert y' . Eine Abweichung von b hingegen entspricht einer Verdrehung der Regressionsgeraden um ihren Schwerpunkt $(\bar{x}, \bar{y})$. Deshalb ist die Wirkung einer Abweichung von b auf y'_i umso stärker, je weiter x_i vom Mittelwert $\bar{x}$ entfernt liegt.¹⁾ Damit erhält man für den Standardfehler der Regressionsgeraden folgenden Ausdruck:

$$(5.12) \quad \sigma_{y'_i} = \sqrt{\sigma_{\bar{y}}^2 + \sigma_b^2 (x_i - \bar{x})^2}.$$

Berücksichtigen wir nun noch die Streuung der tatsächlichen Beobachtungswerte y_i um die Regressionsgerade, also den Standardfehler der Residuen $\sigma_{y,x}$,²⁾ gelangen wir zum Standardfehler der individuellen Prognose:

$$(5.13) \quad \sigma_{\hat{y}_i} = \sqrt{\sigma_{\bar{y}}^2 + \sigma_b^2 (x_i - \bar{x})^2 + \sigma_{y,x}^2}$$

- 1) Hierauf ist auch der bekannte hyperbolische Verlauf der Konfidenzgrenzen für die Regreßwerte y'_i (und die auf diesen aufbauenden individuellen Prognosewerte $\hat{y}_i$) um die errechnete Regressionsgerade zurückzuführen (vgl. z.B. MOOD, A.M./GRAYBILL, F.A.: Introduction to the Theory of Statistics, 2nd ed., Mc Graw-Hill Book Co. Inc., New-York 1963, S. 336).
- 2) Dieser ist beim Vorliegen sogenannter Homoskedastizität - diese entspricht der Varianzhomogenität des Versuchsfehlers bei der Varianzanalyse - unabhängig vom Abszissenwert; dies trifft bei den Werten der uns interessierenden Analysenmethode III zu, wie aus Abbildung 5-5 unmittelbar zu ersehen ist.

Diesen Standardfehler müssen wir im Auge behalten, wenn wir aufgrund eines bestimmten Meßwertes x_i über die Stichproben-Regression, also durch den Regreßwert y_i' den wahren künftigen y_i -Wert vorausschätzen wollen. Berücksichtigt man, daß $s_{y.x}$ ein erwartungstreuer Schätzwert für den Standardfehler der Residuen $\sigma_{y.x}$ ist,¹⁾ so läßt sich unter Ausnutzung der Zusammenhänge zwischen den verschiedenen hier gezeigten Standardfehlern Ausdruck 5.13 in folgende Form bringen:²⁾

$$(5.14) \quad \hat{\sigma}_{\hat{y}_i} = s_{\hat{y}_i} = s_{y.x} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}},$$

wobei n = Anzahl der Wertepaare (x,y) bedeutet, aus denen die Regressionsfunktion bestimmt worden ist.

Wie in Abschnitt 5.2 ausgeführt, liegen den in unserem Programm ERGIEB berechneten Regressionsfunktionen nicht die ursprünglichen Ergiebigkeitsmeßwerte (e) und Käsestoffgehaltswerte (KF) zugrunde, sondern deren Relativwerte ($x = \frac{e}{\bar{e}} \cdot 100$; $y = \frac{KF}{\bar{KF}} \cdot 100$). Eine entsprechende Rücktransformation der zu Analysenmethode III gehörigen Regressionsfunktion (Gleichung 5.9 in Tabelle 5-1) ergibt folgende **S c h ä t z - f u n k t i o n** für den **K ä s e s t o f f g e h a l t** der Milch (KF):³⁾

1) $s_{y.x}$ ist in der ganzen Arbeit definiert als

$$s_{y.x} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_i')^2}{n - 1 - k}}, \text{ wobei } k = \text{Grad des Regressionsansatzes.}$$

2) Vgl. YAMANE, T.: Statistics, an Introductory Analysis, Harper & Row, New York 1964, S. 399f.

Vgl. SNEDECOR, G.W./COCHRAN, W.G., a.a.O., S. 153ff.

3) Ab hier bis zum Ende dieses Abschnittes beziehen sich alle mit den Analysenmethoden zusammenhängenden Symbole auf Analysenmethode III; siehe auch getrennt beiliegendes Symbolverzeichnis.

$$\begin{aligned} \text{KF}' &= \frac{\overline{\text{KF}}}{100} \cdot y' = \\ &= \frac{2,92468}{100} \cdot \left(-6,52741 + 1,06528 \cdot \frac{e \cdot 100}{e} \right) = \end{aligned}$$

(5.15)

$$\text{KF}' = 3,11560 \cdot \frac{e}{e} - 0,19096 \left[\% \right]$$

Bei der Analysenmethode III mit $n = 100$ und $s_{y.x} = 0,3865^{1)}$ errechnet sich nach Gleichung 5.14 für den zu einem bestimmten Ergiebigkeitsmeßwert e_i gehörigen Standardfehler der individuellen Prognose s_{KF_i} :

$$\begin{aligned} \hat{s}_{\text{KF}_i} &= \frac{\overline{\text{KF}}}{100} \cdot s_{\hat{y}_i} = \\ (5.16) \quad &= \frac{2,92468}{100} \cdot \left[0,3865 \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{100} + \frac{\left(\frac{e_i \cdot 100}{e} - 100 \right)^2}{1397,980}} \right] = \end{aligned}$$

$$\hat{s}_{\text{KF}} = 0,03023 \cdot \sqrt{0,141196 + \left(\frac{e}{e} - 1,0 \right)^2} \left[\% \right] \quad .2)$$

Innerhalb des Geltungsbereiches der Ausdrücke 5.15 und 5.16, auf denen die gesuchten Rohstoffeinsatzformeln unmittelbar aufbauen können, ist $0,01136 \leq s_{\text{KF}} \leq 0,01168$; der entsprechen-

1) Siehe Tabelle 5-4.

2) Um die folgenden Formeln nicht übergebührlich zu belasten, wird hier auf den Index i verzichtet, der darauf aufmerksam machen sollte, daß die Streuung der individuellen Prognose auch von der Größe eines bestimmten Analysenmeßwertes (e_i) beeinflußt wird.

chende V a r i a t i o n s k o e f f i z i e n t
CV $\approx$ 0,40% zeigt noch deutlicher, wie genau durch die Analysenmethode III der zu erwartende Käsestoffgehalt der Milch (KF) vorausgeschätzt werden kann.¹⁾

Wie in Abschnitt 2.3 festgestellt, muß die Höhe des Fettgehaltes der einzusetzenden Käsereimilch (FM) auf deren Käsestoffgehalt (KF) abgestimmt werden, um bei vorgegebenem Kochsalz- und Trockenmassegehalt des Käses den gewünschten Fett i.T.-Gehalt zu erreichen. Außerdem ist zu berücksichtigen, daß das MilCHFett nicht im Ganzen, sondern nur mit einer Übergangsrate $\ddot{U} < 1$ ²⁾ in den Käse gelangt, während der Rest des MilCHFetts in der Molke verbleibt. Damit kommen wir zum B r u t t o f e t t g e h a l t der K ä s e r e i m i l c h (FM_b):

$$(5.17) \quad FM_b = \frac{1}{\ddot{U}} \cdot \frac{Fit}{100 - Fit - \frac{NaCl}{TM} \cdot 100} \cdot KF[\%].$$

Soll der Forderung Rechnung getragen werden, daß der tatsächlich eingestellte Fettgehalt der Käsereimilch nur in seltenen Fällen zu niedrig ausfallen darf, sind bei der Festlegung des für die Praxis verbindlichen Vorgabewertes FM_p die Fehler der Bestimmungsmethoden für KF ($0,01136\% \leq s_{KF} \leq 0,01168\%$) und FM ($s_{FM} = 0,025\%$)³⁾ zu berücksichtigen. Wenn wir dabei davon ausgehen, daß die bei der "butyrometrischen" Fettbestimmungsmethode

-
- 1) Vgl. dazu auch den fast funktionalen Zusammenhang der Wertepaare (x,y) in Abbildung 5-5.
 - 2) Diese Übergangsrate hängt primär vom Produktionsverfahren ab und ist - wie betriebliche Untersuchungen ergeben haben - praktisch konstant.
 - 3) Vgl. z. B. KAY, H.: Die Standardisierung der Fett i.T.-Einstellung und der Käseausbeute; in: Rationalisierung durch Standardisierung in der Käserei, Sonderdruck aus der Molkerei- und Käserei-Zeitung Hildesheim, 7. Jg., Nr. 17, 18 und 20, 1956, S. 9f.

übliche Vierfach-Messung ($w = 4$) beibehalten wird,¹⁾ gelangen wir zum gesuchten allgemeinen Ansatz für den V o r g a b e w e r t d e r F e t t e i n s t e l l u n g d e r K ä s e r e i m i l c h (FM_p):²⁾

(5.18)

$$FM_p = \frac{1}{\ddot{U}} \cdot \frac{FiT}{100 - FiT - \frac{NaCl}{TM} \cdot 100} \cdot KF' +$$

$$+ \frac{1}{\ddot{U}} \cdot u \cdot \sqrt{\left(\frac{FiT}{100 - FiT - \frac{NaCl}{TM} \cdot 100} \cdot s_{KF} \right)^2 + \frac{s_{FM}^2}{w}} \quad [\%]$$

Die Formel für den M i l c h b e d a r f (MB, gemessen in kg Milch pro 1 kg Käse) lautet:

$$(5.19) \quad MB = \frac{TM - NaCl}{KF + FM_b \cdot \ddot{U}} \quad [kg].$$

Wird MB mit dem gewünschten mittleren Käsestückgewicht (G) multipliziert, kommt man zum M i l c h e i n s a t z (E):

$$(5.20) \quad E = G \cdot \frac{TM - NaCl}{KF + FM_b \cdot \ddot{U}} \quad [kg].$$

Beachtet man auch hier die durch Meßfehler bedingten möglichen Untergrenzen für KF und $FM_b \cdot \ddot{U}$, ergibt sich als allgemeiner Ansatz für den gesuchten V o r g a b e w e r t d e s M i l c h e i n s a t z e s (E_p):²⁾

1) Bei $w = 4$ sind die Streuungen der Bestimmungsmethoden für KF und FM ungefähr gleich groß:

$$s_{KF} \approx \frac{s_{FM}}{\sqrt{4}}.$$

2) Siehe getrennt beiliegendes Symbolverzeichnis.

$$\begin{aligned}
 E_p &= G \cdot \frac{TM - NaCl}{(\overline{KF} - u \cdot \hat{s}_{KF}) + Q} \quad [kg]; \\
 (5.21) \quad &\text{wobei:} \\
 Q &= \frac{1}{\ddot{u}} \left[FM_p - u \cdot \sqrt{\left(\frac{FiT}{100 - FiT - \frac{NaCl}{TM} \cdot 100} \cdot \hat{s}_{KF} \right)^2 + \frac{\hat{s}_{FM}^2}{w}} \right]
 \end{aligned}$$

Abschließend soll die ungefähre Genauigkeit der geschätzten Vorgabewerte für die Fetteinstellung der einzusetzenden Käseireimilch (FM_p) und für den Milcheinsatz (E_p) bestimmt werden. Dabei rechnen wir mit einem durchschnittlichen Käsestoffgehalt der Käseireimilch von $\overline{KF} = 2,9\%$ und mit einem mittleren Fettgehalt von $\overline{FM} = 3,4\%$. Als mittlere Standardabweichung der Bestimmungsmethode für den Käsestoffgehalt der Milch nehmen wir $\hat{s}_{KF} = 0,0115\%$ an und bei der Fettbestimmungsmethode gehen wir von einer Standardabweichung von $\hat{s}_{FM} = 0,025\%$ und einer Mehrfach-Bestimmung ($w = 4$) aus. Da die beiden Standardabweichungen $\hat{s}_{KF}$ und $\hat{s}_{FM}$ als unabhängig voneinander betrachtet werden können, errechnet sich als Gesamtvariationskoeffizient:

$$(5.22) \quad CV_{ges.} = \frac{\sqrt{\hat{s}_{KF}^2 + \frac{\hat{s}_{FM}^2}{w}}}{\overline{KF} + \overline{FM}} \cdot 100 = 0,27\%.$$

Daraus ergibt sich, daß die Vorgabewerte für die Fetteinstellung der Käseireimilch (FM_p) und für den Milcheinsatz pro Stück Käse (E_p), die unter Verwendung der Analysenmethode III über die Rohstoffeinsatzformeln 5.18 und 5.21 bestimmt werden, bei Zugrundelegung eines Signifikanzniveaus von $\alpha = 0,05$ einen Fehlerbereich von lediglich $\pm 0,53\%$ aufweisen. Das bedeutet, daß mit Hilfe der Analysen-

methode III die Variabilität der Tagesmittelwerte für die Merkmale Stückgewicht, Trockenmasse- und Fett i.T.-Gehalt auf etwa $\pm 0,5\%$ gesenkt und damit gegenüber den in den Abbildungen 5-1 und 5-2 gezeigten Schwankungen auf $1/8$ verringert werden kann.

Während eine genaue Vorgabe des Fettgehalts der Käsereimilch die gewünschte Konstanz des tagesdurchschnittlichen Fett i.T.-Gehalts bewirken wird, kann man durch die richtige Vorgabe des Milcheinsatzes noch nicht automatisch ein gleichbleibendes mittleres Stückgewicht erwarten. Dies erklärt sich aus der Tatsache, daß das durchschnittliche Stückgewicht außer von der Menge der eingesetzten Milch und deren Fett- und Käsestoffgehalt auch von der schwankenden W a s s e r b i n d u n g s f ä h i g k e i t des Käsestoffs und dem damit variierenden Feuchtigkeits- bzw. Trockenmassegehalt des Käses abhängt. Daher müssen die durch die Feuchtigkeitsschwankungen hervorgerufenen Unterschiede des mittleren Rohkäsegewichtes durch eine unterschiedliche mittlere Intensität der nachfolgenden Trocknung ausgeglichen werden. Dies kann leicht bewerkstelligt werden, indem das tatsächliche Gewicht z.B. eines repräsentativen Hordenstapels mit dem entsprechenden Sollgewicht während der 7-tägigen Trocknungsphase laufend (u.U. kontinuierlich) verglichen und anhand der gemessenen Differenzen die Trocknungsintensität gegebenenfalls automatisch geregelt wird. Mit dieser K o m b i n a t i o n von P r i m ä r s t e u e r u n g (Vorgabe von Menge und Fettgehalt der Käsereimilch) und N a c h l a u f r e g e l u n g des Trocknungsverlustes lassen sich also sowohl das mittlere Stückgewicht des packreifen Käses als auch dessen durchschnittlicher Trockenmassegehalt beherrschen. Außerdem ergibt sich damit die Möglichkeit, über eine entsprechend gestufte Festlegung der oben genannten Sollgewichte auch den Verlauf des Trocknungsverlustes bzw. des Trockenmasseanstieges i n n e r h a l b der Trocknungsphase genau zu steuern, was die Art der Reifung insbesondere hinsichtlich der Entwicklung der Oberflächenflora des Käses mitbeeinflußt.

6 ANALYSE DER VARIABILITÄT DES KÄSESÄUREGRADES

6.1 Qualität, Reifung, Säuregrad

Die Reifung des Käses vollzieht sich in zwei ineinander übergehenden Phasen, der Vor- und der Hauptreifung.¹⁾ Die V o r r e i f u n g, die in der Käsereimilch nach der Säureweckerzugabe stark einsetzt und später im Rohkäse weitergeht, wird vorwiegend von der Tätigkeit der Milchsäurebakterien vorangetrieben, die im wesentlichen den M i l c h z u c k e r zu M i l c h s ä u r e vergären.²⁾ Diesen Bakterien fällt zunächst die Aufgabe zu, das richtige Säuremilieu für die Labfüllung zu schaffen³⁾ und etwa vorhandene schädliche Mikroorganismen an ihrer Entwicklung und Lebenstätigkeit zu hindern. Nach wenigen Tagen erreicht die Säurungskurve ihr Maximum, weil bis dahin der Milchzucker als Energieträger der Säuerung größtenteils aufgezehrt ist.

Zu diesem Zeitpunkt setzt die eigentliche Reifung, die H a u p t r e i f u n g ein,⁴⁾ bei welcher, durch eiweißspaltende E n z y m e bedingt, P r o - t e i n e zu P e p t i d e n und A m i n o s ä u r e abgebaut werden. Gleichzeitig mit diesem Abbauprozess, der durch ein kontinuierliches Fallen der Säurungskurve charakterisiert wird, läuft eine mehr oder minder tiefgrei-

1) In der Tatsache, daß Käse (= Naturkäse) einer Reifung unterliegt, ist der wesentlichste Unterschied zum Schmelzkäse zu sehen; letzteren kann man als eine Art Käsekonserve betrachten.

2) Vgl. hierzu z. B. RIEDEL, W., a.a.O., S. 339.

3) Vgl. auch SCHULZ, M.E.: Erfolgssicherung durch Standardisierung der Käseherstellung; in: Rationalisierung durch Standardisierung in der Käserei, Sonderdruck aus der Molckerei- und Käserei-Zeitung, Hildesheim, 7. Jg., Nr. 17, 18 und 20, 1956, S. 2.

4) Vgl. RIEDEL, W., a.a.O., S. 301.

fende Aufspaltung des Fettes in Fettsäuren ab.¹⁾ Die Hauptreifung wird bei Weichkäse - zu dieser Gruppe gehören auch Camembert und Brie - von der Oberflächenflora der jungen Käse eingeleitet. Diese besteht im wesentlichen aus Hefen und Schimmelpilzen, die neben ihrer direkten Beteiligung am Eiweiß- und Fettabbau vor allem durch die Nutzung der Milchsäure als Energieträger und die damit verbundene Senkung des Säureniveaus die Voraussetzung für die Abbautätigkeit der Enzyme schaffen.²⁾ Aus diesem Grunde reifen Weichkäse auch von außen nach innen und zwar in dem Maße, in dem die Entsäuerung fortschreitet.

Diese stark vereinfachte Darstellung eines komplexen Ablaufes mag genügen, um die Bedeutung aufzuzeigen, welche dem Säuerungsverlauf als Steuerungsparameter für die Art der Reifung zukommt. Da der Reifungsverlauf seinerseits den Geschmack, die Konsistenz und die Haltbarkeit des Käses weitgehend prägt, ist eine gute "Säureführung" für diese Merkmale eine wesentliche Qualitätsvoraussetzung.³⁾

1) Vgl. BELITZ, H.-D., a.a.O., S. 248.

2) Vgl. RIEDEL, W., a.a.O., S. 151ff.

3) Es sei hier auf folgende Untersuchungen hingewiesen:
Vgl. RAADSVELD, W.: Factoren welke van invloed zijn op de kaasrijping; in: Off. Org. Nederl. Zuivelbond, 28 (1953), S. 475-477.
Vgl. ROHSE, D./MAIR-WALDBURG, H., a.a.O.
Vgl. BALATONI, M./SZABO, G.: Control of Acid Development during Cheese Manufacturing; in: International Dairy Congress, Section B, Kopenhagen 1962, S. 862-872.
Vgl. PRICE, W.V./BUYENS, H.J.: Brick Cheese: pH, Moisture, and Quality Control; in: Dairy Science Abstracts, Apr. 1967, S. 192.

6.2 Multiple Analyse der Zusammenhänge zwischen Käsesäuregrad und möglichen Einflußfaktoren

Wie bereits in Abschnitt 2.3 festgestellt, unterliegt die Milch bezüglich einer Reihe von chemischen und mikrobiologischen Faktoren, welche die Säuerungs- und Labfähigkeit beeinflussen, erheblichen Schwankungen. Die Wirkungen dieser Rohstoffschwankungen auf den Käsesäuregrad könnten zwar durch eine entsprechende *V a r i a t i o n* des *K ä s e r e i z e p t e s* ausgeglichen werden. Praktisch gelingt dies aber nicht, weil die multivariaten Einflüsse von Störgrößen und Kompensationsfaktoren auf die Säuerung bestenfalls in ihrer groben Wirkrichtung (Gleich- oder Gegenläufigkeit) bekannt sind.

Im folgenden soll nun versucht werden, diese Zusammenhänge auf Basis von *r o u t i n e m ä ß i g e n F a b r i k a t i o n s a u f s c h r e i b u n g e n* näher zu analysieren. Insgesamt stehen $n = 273$ Datensätze mit 12 metrisch skalierten Variablen auf Lochkarte zur Verfügung, die einen Zeitraum von knapp 3 Jahren überdecken. Da sich die *T i t r a t i o n s a c i d i t ä t* im packreifen Käse als durchaus brauchbarer Indikator für den bereits erfolgten und den zu erwartenden *V e r l a u f* der *S ä u e r u n g s k u r v e* erwiesen hat,¹⁾ verwenden wir diesen Analysenwert als Zielvariable (y). Die einzelnen Meßwerte dieser Outputgröße basieren jeweils auf einem Gemisch von 15 zufällig ausgewählten, 13 Tage alten Käse einer Tagesproduktion. Auf der Seite der erklärenden, unabhängigen Variablen (x) stehen 11 *F a b r i k a t i o n s d a t e n* (Milchanalysenwerte, Temperaturen, Verweilzeiten, Menge des Kultur- und Labzusatzes etc.),²⁾ die den

1) Vgl. RITTER, W./HÄNNI, H./GERBER, H.: Untersuchungen über Zusammenhänge zwischen pH, Milchsäuregehalt und Titrationsacidität bei Käse; in: International Dairy Congress, Section D, München 1966, S. 373-378.
Vgl. ROHSE, D./MAIR-WALDBURG, H., a.a.O.

2) Aus Gründen der Wahrung von Betriebsgeheimnissen ist eine genauere Bezeichnung der 11 Fabrikationsdaten nicht möglich.

Säuerungsverlauf im Käse (möglicherweise) beeinflussen. Diese Inputfaktoren sind, soweit es sich um M i l c h - a n a l y s e n w e r t e handelt, vom Käsehersteller zum Teil unbeeinflussbar, während die R e z e p t - g r ö ß e n in gewissen Grenzen variiert werden können.

Unser Z i e l ist es, eine S t r u k t u r g l e i - c h u n g aufzustellen, die angibt, welche Rezeptgrößen wie zu variieren wären, wenn bei schwankenden unbeeinflussbaren Inputfaktoren der gewünschte S ä u r e g r a d k o n s t a n t gehalten werden soll. Für die Entwicklung einer solchen Gleichung stehen zwei multivariate statistische Methoden zur Diskussion: die Faktorenanalyse und die multiple Regressionsanalyse.

Aufgabe der F a k t o r e n a n a l y s e ist es, aus den Zusammenhängen zwischen mehr als zwei Merkmalen ein Minimum an gemeinsamen Entstehungsbedingungen oder " F a k t o r e n " ¹⁾ zu ermitteln, die das Zustandekommen sämtlicher Korrelationen hinreichend erklären. ²⁾ Die Faktoren selbst sind nicht gemessene oder nicht direkt meßbare Einflußgrößen, die im Hintergrund der Korrelationen stehen und die durch die Analyse der Ursprungsvariablen erst ermittelt werden sollen. Die Faktorenanalyse versucht also gewissermaßen hinter die Kulissen der gemessenen Variablen zu schauen, um ihnen gemeinsame, n e u e G r ö ß e n zu bestimmen und deren Wirkungen zu schätzen. Entsprechend ist der primäre Anwendungsbereich der Faktorenanalyse die N e u s t r u k t u r i e r u n g v o n W i r k u n g s - z u s a m m e n h ä n g e n in einem noch wenig erforschten

1) Diese Faktoren dürfen nicht mit den Faktoren bei der Varianzanalyse verwechselt werden.

2) Vgl. JAHN, W./VAHLE, H.: Die Faktoranalyse und ihre Anwendung, Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1970, S. 21ff.

Untersuchungsfeld.¹⁾ Bei der Faktorenanalyse wird keine Unterscheidung zwischen Zielgrößen und Erklärungsgrößen vorgenommen.²⁾ Die multiple Regressionsanalyse, die auf der Ebene der gemessenen Variablen bleibt, hingegen hat vor allem folgende Aufgaben zu erfüllen: Zum einen soll untersucht werden, wie eine Zielvariable (y) von mehreren Erklärungsvariablen ($x_1 \dots x_p$) gleichzeitig abhängt (Mehrfachregression). Zum anderen soll festgestellt werden, welche Abhängigkeit der Zielvariablen von einer Erklärungsvariablen vorliegt, wenn der Einfluß anderer Erklärungsvariablen, die mit der Zielvariablen zusammenhängen, ausgeschaltet ist (partielle Regression).³⁾

Für unsere Aufgabe, nämlich die Entwicklung einer Strukturgleichung für den Käsesäuregrad erscheint die multiple Regressionsanalyse aus zwei Gründen das geeignetere Verfahren: Erstens ist in unserem Falle der Käsesäuregrad eine Zielvariable, die durch die übrigen Variablen erklärt werden soll und

-
- 1) Vgl. ÜBERLA, K.: Faktorenanalyse, Springer-Verlag, Heidelberg/New York 1968, S. 355.
 - 2) Die Faktorenanalyse läßt sich damit zusammen mit der Korrelations- und Assoziationsanalyse, sowie der Analyse funktionaler Zusammenhänge und der Komponentenanalyse unter den Oberbegriff der "analysis of interdependence" einordnen. Diese liegt dann vor, wenn die Beziehungen einer Reihe von Variablen untersucht werden, ohne daß eine Variable besonders als abhängige hervorgehoben wird. Der Gegensatz hierzu ist die "analysis of dependence", zu der die Regressions-Varianz und Kovarianzanalyse gehören. (Die Unterscheidung in eine analysis of dependence und eine analysis of interdependence im Hinblick auf eine Gliederung multivariater statistischer Verfahren geht auf M.G. KENDALL zurück; siehe KENDALL, M.G.: Factor Analysis, Part I. Factor Analysis as a Statistical Technique; in: Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 12, 1950, S. 60-73).
 - 3) Siehe FÖRSTER, E./EGERMAYER, F., a.a.O., S. 92.

Tabelle 6-1: Zusammenstellung der mittels des IBM-Programms REGRE errechneten Ergebnisse der multiplen linearen Regressionsanalyse; n = 273 Datensätze.

Nummer ¹⁾ der erklärenden Variablen (x) k	Standardabweichung der Variablen (x) s_{x_k}	einfacher Korrelationskoeffizient $r_{y \cdot x_k}$	multiple Regressionskoeffizient b_k	Standardfehler d. Regressionskoeffizienten s_{b_k}	$t = \frac{b_k}{s_{b_k}}$
1	8,7387	0,3155	$b_0 = -17,2457$	0,0137	2,57
2	0,2577	-0,1156	0,0353	0,4130	3,87
3	0,9588	-0,0532	-1,5991	0,1177	0,63
4	0,4446	0,0218	-0,0739	0,2374	0,46
5	5,0353	0,2321	-0,1102	0,0218	4,21
6	1,2285	-0,3057	0,0919	0,0855	14,72
7	1,6750	0,7130	-1,2578	14,3294	0,08
8	0,8192	-0,1582	1,1961	3,6455	0,23
9	0,1841	0,0257	0,8244	14,8912	0,12
11	0,8546	0,7423	1,7115	14,9113	0,15
12	0,9897	0,5605	2,2677	14,7147	0,09
Standardabweichung der zu erklärenden Variablen (y)					
Standardfehler der Residuen ²⁾				$s_y = 3,4891$	
Multipler Korrelationskoeffizient ²⁾				$s_{y \cdot x} = 1,6850$	
Kritische t-Werte (bei $V = n - p - 1 = 261$ FG) ³⁾ :				$R_{y \cdot x} = 0,8810$	
				$t_{0,05} = 1,97$	
				$t_{0,01} = 2,60$	

1) Die Zielvariable y (= Titrationsacidität) hat die Nummer 10, weil sie in den Datensätzen zufällig an 10. Stelle steht.

2) $\underline{x}$ steht für alle im Regressionsansatz enthaltenen Erklärungsvariablen x.

3) Vgl. SMILLIE, a.a.O., S. 48.

zweitens erscheint die Gefahr zu groß, daß bei einer faktorenanalytischen Strukturgleichung Faktoren bestimmt werden, die reine *A r t e f a k t e* sind, die nicht nur noch nicht entdeckte, sondern auch real gar nicht vorhandene Einflußgrößen repräsentieren.¹⁾

Der lineare Ansatz für eine multiple Regressionsanalyse lautet

$$(6.1) \quad y' = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots b_p \cdot x_p .$$

Hierbei haben die multiplen (in ihrer Eigenschaft als partielle) Regressionskoeffizienten $b_1 \dots b_p$ eine ähnliche Bedeutung wie die Regressionskoeffizienten bei linearen Einfachregressionen. b_1 soll angeben, wie sich die abhängige Variable y durchschnittlich verändert, wenn sich die erklärende Variable x_1 um eine Einheit ändert und alle anderen Erklärungsvariablen $x_2 \dots x_p$ konstant bleiben. b_0 ist der von allen erklärenden Variablen $x_1 \dots x_p$ unabhängige Teil der Zielvariablen y .

In Tabelle 6-1 sind die Ergebnisse der multiplen, linearen Regressionsanalyse zusammengestellt, die mittels des IBM-Standardprogramms REGRE²⁾ errechnet werden. Der multiple Korrelationskoeffizient $R_{y,\underline{x}} = 0,8810$ zeigt, daß zwischen dem Säuregrad als Zielgröße y und dem Bündel der 11 Fabrikationsdaten als Erklärungsvariablen $\underline{x}$ ein enger *G e s a m t z u s a m m e n h a n g* besteht. Die errechnete multiple Regressionsfunktion erklärt immerhin $R^2 \cdot 100\% = 0,8810^2 \cdot 100\% = 77,62\%$ der Gesamtvarianz ($s^2 = 3,4891$ ²⁾) der erhobenen Säuregradbestimmungen y . Dar- aus dürfen wir zunächst schließen, daß die in Tabelle 6-1

1) In diesem allgemeinen Problem der Faktorenanalyse vgl. z. B. ÜBERLA, K., a.a.O., S. 90.

2) Siehe IBM, SSP, a.a.O.

dargestellte Funktion als Gesamtfunktion auch brauchbare Schätzwerte für y liefern wird, sofern alle 11 Fabrikationsdaten x in ihrem normalen Bereich und ihrer normalen Kombination auftreten. Diese erhebliche Einschränkung allerdings muß gemacht werden, solange nicht erwiesen ist, ob die errechneten multiplen Regressionskoeffizienten b_k auch brauchbare Schätzwerte für die wahren partiellen Regressionskoeffizienten β_k sind, also den von anderen Wirkungen isolierten Einfluß der einzelnen Erklärungsvariablen x_k auf die Zielgröße y richtig wiedergeben.

Das Problem der richtigen Schätzung der partiellen Regressionskoeffizienten taucht auf, wenn unter den Erklärungsvariablen x Zusammenhänge, sogenannte Interkorelationen vorhanden sind. Diese Erscheinung - im Falle von linearen Abhängigkeiten auch als Multikollinearität bezeichnet - kommt in der Praxis häufig vor und kann zu groben Fehlschätzungen der partiellen Regressionskoeffizienten führen.¹⁾ Das Risiko der Fehlschätzung steigt mit der Stärke der Multikollinearität; im Extremfall einer perfekten (= funktionalen) multikollinearen Verbindung zweier oder mehrerer Erklärungsvariablen, ist die multiple Regressionsfunktion numerisch nicht mehr bestimmbar²⁾ bzw. verdankt ihre Existenz ausschließlich Rundungsfehlern.

-
- 1) Vgl. KELCH, E./MÜLLER, H./WASCHKAU, H.: Die Multikollinearität bei regressions-theoretischen Untersuchungen in der Land- und Nahrungsgüterwirtschaft (I); in: Statistische Praxis, 1, 1970, S. 41-46.
 - 2) Die Determinante des Systems linearer Normalgleichungen wird dann null (vgl. z. B. FÖRSTER, E./EGERMAYER, F., a.a.O., S. 211), bzw. die zur Ermittlung der partiellen Regressionskoeffizienten aufgestellte Matrix ist singulär, so daß keine inverse Matrix existiert.

Zur globalen und groben Beurteilung, ob man in einer konkreten multiplen Regressionsgleichung mit Multikollinearität rechnen muß, läßt sich unter anderem das m u l t i p l e B e s t i m m t h e i t s m a ß $B_{y.\underline{x}}$ ausnutzen. Für den Fall, daß zwischen den Erklärungsvariablen k e i n (linearer) Zusammenhang besteht, gilt nämlich für $B_{y.\underline{x}}$ die Beziehung

$$(6.2) \quad B_{y.\underline{x}} = \sum_k r_{y.x_k}^2;$$

oder, da $B_{y.\underline{x}} = R_{y.\underline{x}}^2$ ist, für das g l o b a l e M u l - t i k o l l i n e a r i t ä t s m a ß M :

$$(6.3) \quad M = \left| R_{y.\underline{x}}^2 - \sum_k r_{y.x_k}^2 \right| = 0.1)$$

Da sich aus Tabelle 6-1 jedoch ein $M = |(0,8810)^2 - 1,6656| = 0,8894 \gg 0$ errechnet, müssen wir auf sehr starke multikollineare Beziehungen zwischen den Erklärungsvariablen schließen. Daß hiervon insbesondere die Variablen x_7 , x_{11} und x_{12} betroffen sind, geht ebenfalls aus Tabelle 6-1 hervor. Diese Erklärungsvariablen haben nämlich trotz der hohen $r_{y.x_k}$ -Werte, also trotz relativ starker linearer Einzelzusammenhänge mit der Zielvariablen y , äußerst niedrige t -Werte. Insbesondere im Gegensatz zu den Variablen x_3 und x_4 dürfte der Grund für diese niedrigen t -Werte aber nicht an besonders k l e i n e n b_k , sondern an extrem h o - h e n S t a n d a r d f e h l e r n der R e g r e s - s i o n s k o e f f i z i e n t e n s_{b_k} liegen. Dieser Standardfehler ist als

1) Vgl. HOCHSTÄDTER, D./UEBE, G.: Ökonometrische Methoden, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1970, S. 153f.
Vgl. auch KELCH, E./MÜLLER, H./WASCHKAU, H., a.a.O.

$$(6.4) \quad s_{b_k} = \sqrt{\frac{s_{y \cdot \underline{x}}^2}{n \cdot s_{x_k}^2 \cdot (1 - R_{x_k \cdot \underline{x}}^2)}}$$

definiert.¹⁾ Wie beim einfachen Regressionskoeffizienten wird die Streuung des multiplen Regressionskoeffizienten b_k beeinflußt durch die Standardabweichung s_{x_k} der Erklärungsvariablen x_k , durch die Anzahl der Datensätze n und durch den Standardfehler der Residuen $s_{y \cdot \underline{x}}$. Neu hinzu kommt jedoch der multiple Interkorrelationskoeffizient $R_{x_k \cdot \underline{x}}$, der die Stärke des Zusammenhanges angibt zwischen der speziellen Erklärungsvariablen x_k und dem Bündel der erklärenden Variablen $\underline{x}$, die sich neben x_k noch im Regressionsansatz befinden. Je mehr $R_{x_k \cdot \underline{x}}$ gegen $|1|$ (= perfekte Interkorrelation)²⁾ geht, desto größer wird s_{b_k} und desto unzuverlässiger wird die Schätzung des partiellen Regressionskoeffizienten durch b_k .³⁾

Wir können also festhalten, daß nur ein signifikanter t -Wert hinreichende Gewähr dafür bietet, daß zwischen der Zielgröße y und der Erklärungsvariablen x_k tatsächlich ein linearer Zusammenhang besteht und daß dieser durch den multiplen Regressionskoeffizienten b_k in etwa richtig wiedergegeben wird. Dies trifft in unserem Falle jedoch nur für die Variablen x_1 , x_2 , x_5 und x_6 zu, denen bisher z. T. kein besonders starker Einfluß auf den Säuregrad y zugeschrieben wird. Andere Erklärungsvariable

1) Siehe EZEKIEL, M./FOX, K.A., a.a.O., S. 283f.

2) Bei den Variablen x_7 , x_9 , x_{11} und x_{12} sind die $R_{x_k \cdot \underline{x}}^2$ durchweg $> 0,98!$

3) Vgl. auch GOLDBERGER, A.S.: Topics in Regression Analysis, The Macmillan Company/Collier-Macmillan Ltd., New York/London 1968, S. 60, S. 79ff.

hingegen, bei denen bedeutende Einwirkungen auf y erwartet werden, liefern wegen offensichtlich starker Interkorrelation keine brauchbare Schätzung für ihren partiellen Regressionskoeffizienten. Damit ist die in Tabelle 6-1 zusammengestellte multiple Regressionsgleichung für die Beschreibung der partiellen Zusammenhänge weitgehend ungeeignet.

Um diesen Mangel zu beheben, müssen wir den störenden Effekt der vorhandenen multikollinearen Beziehungen ausschalten. Dies kann geschehen, indem wir von den interkorrelierten Einflußgrößen jeweils nur die wichtigste in den multiplen Regressionsansatz aufnehmen. Solange jeweils nur zwei Erklärungsvariable interkorreliert sind, wird man diejenige als die einflußreichere betrachten, welche den größeren einfachen linearen Korrelationskoeffizienten $|r_{y,x_k}|$ besitzt. Sobald jedoch multiple Interkorrelationen bestehen, kann eine solche Auswahl anhand der einfachen Korrelationskoeffizienten zu erheblichen Fehlschlüssen führen.¹⁾ Um auch in solchen Fällen den störenden Effekten multikollinearer Beziehungen einigermaßen wirksam begegnen zu können, sind in der Literatur verschiedene spezielle Verfahren vorgeschlagen worden, so zum Beispiel die von R. FRISCH entwickelte, graphisch durchgeführten Konfluenzanalyse (Büschelkartenanalyse),²⁾ die Kammlinienanalyse und die

1) Vgl. KELCH, E./MÜLLER, H./WASCHKAU, H., a.a.O., S. 42. Vgl. auch LAUENSTEIN, G.: Regressionsanalyse und Multikollinearität; in: Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule für Chemie, Leuna-Merseburg 1966, S. 265-270.

2) Siehe FRISCH, R.: Statistical Confluence Analysis by Means of Complete Regression Systems, Publikation Nr. 5 des Universitets Økonomiske Institutt, Oslo 1934. Ein durchgeführtes Beispiel und kritische Bemerkungen finden sich bei KELCH, E./MÜLLER, H./WASCHKAU, H., a.a.O.
Siehe dazu des weiteren MENGES, G.: Ökonometrie; in: Die Wirtschaftswissenschaften, Reihe B, Nr. 20, (Hrsg. E. GUTENBERG), Wiesbaden 1961, S. 146-154.

von G. TINTNER dargelegte Eigenwertmethode.¹⁾

Das Problem der Multikollinearität, das bis heute noch nicht endgültig gelöst ist, kann man jedoch oft auch mit Hilfe der sogenannten *s c h r i t t w e i s e n R e g r e s s i o n s a n a l y s e* in den Griff bekommen. Bei diesem Verfahren werden zunächst - wie bei der klassischen multiplen Regressionsanalyse - aufgrund eines alle potentiellen Einflußvariablen ($x_1 \dots x_p$) umfassenden Regressionsansatzes aus den Beobachtungsdaten die *N o r m a l g l e i c h u n g e n* bestimmt. Diese bilden ein System von $(p - 1)$ simultanen, linearen, algebraischen Gleichungen für die b_k . Dieses System wird üblicherweise in Matrizenform dargestellt. Zu dessen Auflösung wird im allgemeinen die *G A U S S - s c h e E l i m i n a t i o n s M e t h o d e* herangezogen,²⁾ die bei jedem Eliminationsschritt eine "*p a r t i e l l e R e g r e s s i o n s g l e i c h u n g*" liefert, in der sich nur die bereits eliminierten Variablen befinden, die anderen nicht. Während nun aber bei der klassischen Regressionsanalyse die Reihenfolge der Elimination *z u f ä l l i g* ist und nur die Endlösung interessiert, wird in der schrittweisen Regressionsanalyse bei jedem Eliminationsschritt nach bestimmten *K r i t e r i e n* entschieden, welche Variable als nächste in die Regressions einbezogen werden soll.³⁾

-
- 1) Siehe TINTNER, G.: Handbuch der Ökonometrie; in: Enzyklopädie der Rechts- und Staatswissenschaft, begr. von F.v. LISZT und W. KASKEL, (Hrsg. W. KUNKEL, H. PETERS u. E. PREISER), Abteilung Staatswissenschaft, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960, S. 259-265.
Kurzdarstellung und Kritik siehe HOCHSTÄDTER, D./UEBE, G., a.a.O., S. 151ff. insb. S. 154f.
 - 2) Jeder Eliminationsschritt entspricht einer Matrizen-Multiplikation zwischen der ursprünglichen Matrix und einer zweiten nach bestimmten Regeln gebildeten Matrix (vgl. dazu z. B. NOBLE, B.: Numerisches Rechnen, Bibliographisches Institut, Mannheim 1964, S. 85ff., S. 107ff.).
 - 3) Neben dem hier beschriebenen Verfahren der "Vorwärtselimination" (= Hereinnehmen von Variablen) gibt es auch Verfahren der "Rückwärtselimination" (= Ausscheiden von Variablen). Bei letzteren wird die Inverse der Vorwärts-Multiplikationsmatrix benutzt.

Damit können auch die partiellen Regressionsgleichungen interessante "Zwischenergebnisse" liefern.

Als erstes Entscheidungskriterium wird der zusätzliche Erklärungs-wert (ΔV) verwendet, den die Hinzunahme der neuen Variablen in die Regressionsgleichung für die Zielvariable hat. In der Regel ist diese Steuergröße folgendermaßen definiert:¹⁾

$$(6.5) \quad \Delta V = \frac{SQ_y\text{-Rest (neu)} - SQ_y\text{-Rest (alt)}}{SQ_y\text{-Total}},$$

wobei SQ_y -Rest die Summe der Abweichungsquadrate für y ist, die nicht durch die in der Regressionsgleichung befindlichen Variablen ($\underline{x}$) erklärt wird.

Mit Hilfe des IBM-Programms für die schrittweise Regressionsanalyse STPRG,²⁾ das (ausschließlich) über diese Größe ΔV gesteuert wird, lassen sich die eingegebenen potentiellen Erklärungsvariablen entsprechend ihrem zusätzlichen Erklärungswert innerhalb des multiplen Ansatzes

1) Vgl. MATT, G.: Die schrittweise Regressionsanalyse und ihre Anwendungsmöglichkeit im kaufmännischen Bereich; in: Ablauf- und Planungsforschung (Operational Research), Bd. 4, Heft 4, 1963, S. 254-263, insb. S. 257.
Vgl. auch SMILLIE, K.W., a.a.O., S. 61f.
Die Größe ΔV ist also das Komplement zum multiplen Bestimmtheitsmaß $B_{y,\underline{x}}$ (ohne BESSEL-Korrektur) bzw. zu $\Delta B_{y,\underline{x}}$ (vgl. z. B. FÖRSTER, E./EGERMAYER, F.: a.a.O., S. 112f.).

2) Siehe IBM, SSP, a.a.O.

Tabelle 6-2: Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse der schrittweisen Regressionsanalyse
(IBM-Programm STPRG) n = 273 Datensätze; $t_{0,05} = 1,97$.

Schritt Nr. i	Ergebnisse nach dem i-ten Schritt			Ergebnisse nach dem letzten (= 7.) Schritt			
	multipler Korrela- tionsko- effizient	Standard- fehler d. Residuen	Varia- blen Nr.	Varia- ble	Regressions- koeffizient	Standard- fehler von b_k	globales Multikol- lineari- tätsmaß M
	$R_{y \cdot \underline{x}}$	$s_{y \cdot \underline{x}}$	k	x	b_k	s_{b_k}	$t^2 = \left(\frac{b_k}{s_{b_k}} \right)^2$
1	0,742	2,342	11	x_{11}	1,95931	0,26076	56,46
2	0,840	1,897	6	x_6	-1,25248	0,08445	219,99
3	0,853	1,832	7	x_7	0,63240	0,13089	23,35
4	0,865	1,762	5	x_5	0,08791	0,02112	17,32
5	0,876	1,701	2	x_2	-1,61250	0,39331	16,81
6	0,880	1,675	1	x_1	0,03944	0,01210	10,63
7	0,883	1,662	9	x_9	1,44641	0,57618	6,30
			(const.)		22,60733	.	$\emptyset$ 5,89
							$\emptyset$ 50,12
							0,543

in eine *R a n g o r d n u n g* bringen.¹⁾ Die letzte Iteration führt, sofern für ΔV kein Mindestwert angegeben wird, zum gleichen Ergebnis wie die klassische multiple Regressionsanalyse (Programm REGRE).

Tabelle 6-2 gibt die wichtigsten (Zwischen)-Ergebnisse wieder, die mit dem Programm STPRG errechnet sind. Hierbei wird derjenige Ansatz als der beste betrachtet, bei dem noch kein t -Wert unter das Signifikanzniveau für $\alpha = 0,05$ ($t \approx 1,97$; vgl. Tabelle 6-1) sinkt.²⁾ Zunächst fällt gegenüber Tabelle 6-1 auf, daß sich durch die Elimination der Variablen x_3 , x_4 , x_8 und x_{12} der Standardfehler der Residuen $s_{y.\bar{x}}$ senkt bzw. der multiple Korrelationskoeffizient $R_{y.\bar{x}}$ vergrößert wird; weiterhin zeigt der Vergleich mit Tabelle 6-1, daß die Standardfehler der Regressionskoeffizienten s_{b_k} bei den Variablen x_7 und x_{11} sehr stark verringert werden und daß sich auch b_7 und b_{11} nicht unwesentlich verändern.³⁾ Betrachten wir allerdings das globale Multikollinearitätsmaß $M = 0,543$, so können wir nicht behaupten, daß das Problem der Multikollinearität hier mit Hilfe des Programms STPRG schon voll befriedigend gelöst ist. Wenn auch aufgrund der dargestellten t -Werte kaum mehr mit *g r a v i e r e n d e n* Fehlschätzungen der wahren partiellen Regressionskoeffizienten durch die b_k zu rechnen ist, so dürfen doch an die Genauigkeit der Schätzwerte b_k noch keine zu großen Anforderungen gestellt werden.

-
- 1) Hierbei leuchtet unmittelbar ein, daß bei Aufnahme einer Variablen in den Ansatz, die mit anderen im Ansatz befindlichen Variablen interkorreliert ist, der Erklärungswert letzterer mehr oder weniger stark abnehmen muß.
 - 2) Der t -Wert für die als nächste hinzugenommene Variable (x_3) ist bereits 0,636. Die t^2 -Werte sind zum Vergleich mit späteren Untersuchungen mit angegeben.
 - 3) Dies ist primär auf eine drastische Verkleinerung von $R_{x_k.\bar{x}}^2$ zurückzuführen (vgl. Gleichung 6.4).

Wollen wir die Schätzgenauigkeit weiter verbessern, müssen wir insbesondere von der impliziten Erfassung multikollinearer Bezeichnungen (über ΔV und den t -Werten bzw. die Standardfehler der Regressionskoeffizienten s_{b_k}) zu einer direkten Überwachung der Multikollinearität übergehen. Eine solche Möglichkeit ist im IBM-Programm für die schrittweise Regressionsanalyse BMD 02R vorgesehen.¹⁾ Weiterhin können hier Variable, die sich bereits in der Lösungsgleichung befinden, aus dieser wieder ausgeschieden werden, wenn ihr Erklärungs- wert - durch Interkorrelation mit neu aufgenommenen Variablen - eine vorzugebende Signifikanzschwelle unterschreitet.²⁾ In einem solchen Fall gelangt diese Variable wieder zurück zu den Größen, die noch nicht in der Lösungsgleichung sind. Damit erhält sie die Chance, später doch noch aufgenommen zu werden, falls nämlich wiederum andere, bis dahin in der Gleichung enthaltene - und mit ihr interkorrelierte - Variable durch Interkorrelation mit neuen Erklärungsvariablen ausgeschieden werden.

Im einzelnen arbeitet das relativ aufwendige Programm BMD 02R nach folgendem Auswahlverfahren: Zunächst wird abgefragt, ob alle momentan in der Lösungsgleichung befindlichen Variablen einen signifikanten Er-

1) IBM, BMD, a.a.O. Der verwendete Berechnungsalgorithmus ist in wenigen groben Zügen dargestellt bei RALSTON, A./WILF, H.S., a.a.O., Bd. II, 1969, S.346-361.

2) Im Programm BMD 02R sind also Vorwärts- und Rückwärtselimination miteinander kombiniert (vgl. auch MATT, G., a.a.O., S. 256; vgl. auch MATT, G.: Bestimmung statistisch gesicherter Koeffizienten bei der exponentiellen Ausgleichung (Exponential Smoothing); in: Unternehmensforschung, Bd. 10., 1966, S. 15-31).

klärungswert haben. Als Prüfgröße wird $t^2 = \left(\frac{b_k}{s_{b_k}} \right)^2$ verwendet.¹⁾ Unterschreitet das kleinste errechnete t_k^2 das bei einem bestimmten Signifikanzniveau vorgegebene t_{out}^2 , wird die entsprechende Variable aus der Lösungsgleichung ausgeschieden und die neue verkürzte Gleichung bestimmt. Dieser Vorgang wiederholt sich schrittweise solange, bis die Lösungsgleichung nur noch Variable mit signifikanten t^2 -Werten enthält. Hierauf wird jede außerhalb der Lösungsgleichung stehende Variable auf ihre multikollineare Beziehung mit den in der Gleichung befindlichen Variablen $\underline{x}$ über folgende Testgröße T_k überprüft:

$$(6.6) \quad T_k = T_{x_k, \underline{x}} = 1 - R_{x_k, \underline{x}}^2 = \frac{SQ_{x_k}(\text{Rest})}{SQ_{x_k}(\text{Total})}.$$

Hierbei ist $R_{x_k, \underline{x}}$ der multiple Interkorrelationskoeffizient zwischen der Erklärungsvariablen x_k und den in der Gleichung befindlichen Erklärungsvariablen $\underline{x}$. $SQ_{x_k}(\text{Rest})$ stellt entsprechend für die Erklärungsvariable x_k die Summe der Abweichungsquadrate dar, die nicht durch multikollineare Beziehungen dieser Variablen x_k mit den in der Gleichung befindlichen unabhängigen Variablen $\underline{x}$ erklärt werden kann.²⁾

Von den Variablen, die das vorgegebene Toleranzniveau für die Multikollinearität T ($1 \geq T \geq 0$) nicht überschreiten, wird die Variable ausge-

1) Die t^2 -Werte werden aus rechentechnischen Gründen (Vorzeichen!) anstatt der t -Werte verwendet; hierbei gilt $t_v^2 = F_{1; v}$, d. h. die t^2 -Werte können auch aus der F -Verteilung entnommen werden (vgl. dazu SACHS, L., a.a.O., S. 158).

2) T_k ist also Komplement zum nicht BESSEL-korrigierten, multiplen Bestimmtheitsmaß für die Interkorrelation (vgl. die Analogie zu ΔV in Gleichung 6.5).

sucht, die das größte ΔV erbringt. Dieses ΔV wird ebenfalls auf Signifikanz geprüft und zwar über eine t^2 -verteilte Testgröße, die dem obigen $t^2 = \left(\frac{b_k}{s_{b_k}} \right)^2$ inhaltlich sehr nahe steht.¹⁾ Ist das errechnete t_k^2 kleiner als das vorgegebene t_{in}^2 für die Hereinnahme einer neuen Variablen, bricht die Rechnung ab, da die Gleichung nicht weiter verbessert werden kann; andernfalls wird die entsprechende Variable in die Lösungsgleichung aufgenommen und die Signifikanzprüfung der jetzt in der Gleichung befindlichen Variablen beginnt von neuem.

Da durch den *S u c h a l g o r i t h m u s* bei der schrittweisen Regressionsanalyse aus dem Bündel der "angebotenen" potentiellen Einflußgrößen ohnehin nur die den *A u s w a h l k r i t e r i e n* entsprechenden Variablen in die Lösungsgleichung aufgenommen werden, wird man hier - im Gegensatz zur klassischen multiplen Regressionsanalyse - alle Einflußgrößen, die irgendwie von Belang sein könnten, in die Ausgangsgleichung einbeziehen. Hierbei können auch aus Originalvariablen durch Kombination oder Transformation gebildete *d e r i v a t i v e* Einflußgrößen etwa der Form $x_{13} = x_7 \cdot x_9$; $x_{14} = \sqrt{x_{11}}$ etc. zusätzlich angeboten werden, die die Struktur der Zusammenhänge vielleicht besser beschreiben als die Originalvariablen. Insbesondere erhalten wir durch das Angebot mehrerer *T r a n s f o r m a t i o n s f o r m e n* der Originalvariablen die Möglichkeit, auch eventuell vorhandene, aber ihrem Verlauf nach unbekannte *n i c h t - l i n e a r e* partielle Abhängigkeiten zu erfassen.²⁾

1) Eine genaue Beschreibung dieser Testgröße würde eine eingehende Erklärung der gesamten Matrizenstruktur des Programmes erfordern und wird daher unterlassen (vgl. zur Problematik dieser Prüfgrößen auch HOCHSTÄDTER, D./UEBE, G., a.a.O., S. 127ff. insb. S. 132.f.).

2) Vgl. EZEKIEL, M./FOX, K.A., a.a.O., S. 204ff.

Von dieser Erweiterungsmöglichkeit soll bei unserer Regressionsanalyse Gebrauch gemacht werden. Da das Programm BMD 02R wegen der benötigten Kernspeicherkapazität von maximal 80 auf maximal 39 Variable beschränkt werden muß, können wir zu den 1 + 11 Originalvariablen weitere 27 derivative Erklärungsgrößen hinzufügen. Nach Plausibilitätsüberlegungen werden zunächst die wichtigsten originalen Erklärungsvariablen mit Hilfe einer Auswahl aus den 5 gebräuchlichsten Funktionen (e^x , x^2 , x^{-1} , $\sqrt{x}$ und $\lg x$) transformiert und die sich ergebenden 27 derivativen Variablen zusammen mit den 1 + 11 Originalvariablen der schrittweisen Regressionsrechnung unterzogen. Diejenigen derivativen Größen, die nicht in die Lösungsgleichung aufgenommen werden und außerdem merklich kleinere $r_{y.x}$ -Werte als die entsprechenden Originalvariablen aufweisen,¹⁾ werden bei einem zweiten Lauf durch andere jetzt wichtiger erscheinende Transformationen ersetzt.

Tabelle 6-3: Aufstellung der letztlich im schrittweisen Regressions-Programm BMD 02R verwendeten derivativen Erklärungsvariablen.

Variablen Nr.	derivative Variable	Variablen Nr.	derivative Variable	Variablen Nr.	derivative Variable
13	x_2^2	22	x_5^{-1}	31	$\sqrt{x_8}$
14	x_2^{-1}	23	$\lg x_5$	32	x_9^2
15	$\lg x_2$	24	x_6^2	33	$\sqrt{x_9}$
16	x_3^2	25	x_6^{-1}	34	$\lg x_9$
17	x_3^{-1}	26	$\lg x_6$	35	x_{11}^2
18	x_{12}^{-1}	27	x_7^2	36	x_{11}^{-1}
19	x_4^{-1}	28	x_7^{-1}	37	$\lg x_{11}$
20	$\lg x_4$	29	$\lg x_7$	38	x_{12}^2
21	x_5^2	30	x_8^2	39	$\sqrt{x_{12}}$

1) Dies trifft bei allen e^x -Transformationen zu.

Tabelle 6-4: Matrix der einfachen Korrelationskoeffizienten r; Variablen Nr. 1 bis 12:
 Originalvariable, wobei Nr. 10 Zielvariable; Nr. 13 bis 39: derivative Er-
 klärungsvariable; kritische Werte für signifikante Null-Verschiedenheit
 von $r = |p_{0,05}| = 0,1190$; $|p_{0,01}| = 0,1573$.

VARIABLE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1.0000												
2	-0.1570	1.0000											
3	-0.4045	-0.0245	1.0000										
4	-0.2079	-0.2365	-0.0197	1.0000									
5	-0.2061	-0.0226	-0.0579	0.1371	1.0000								
6	-0.0127	-0.0255	-0.0153	-0.0258	-0.2148	1.0000							
7	-0.1161	-0.0398	0.0153	-0.0324	-0.1842	0.1263	0.5993	1.0000					
8	-0.1137	-0.0639	0.0792	0.0892	-0.1505	-0.0820	0.0986	0.1304	-0.1475	1.0000			
9	-0.1157	-0.0342	0.0021	-0.0613	-0.0595	-0.1530	0.1304	-0.1475	1.0000				
10	0.2145	-0.1158	-0.0392	0.0218	-0.2321	-0.0357	0.7130	-0.1582	0.0257	1.0000			
11	0.2373	-0.0126	-0.0228	0.0354	-0.2319	-0.1159	0.8777	-0.3425	-0.0486	0.7423	1.0000		
12	0.0362	0.0610	0.0473	0.0449	-0.1007	0.0843	0.5156	0.5899	-0.0258	0.5310	0.5310	1.0000	
13	-0.1357	0.5956	-0.0664	0.2391	-0.0808	-0.0278	0.0374	0.0641	-0.0334	-0.0112	0.0112	0.0599	1.0000
14	-0.1371	-0.5992	0.0597	-0.2369	0.0855	-0.0223	-0.0421	-0.0646	0.0351	-0.0162	-0.0639	-0.5973	-0.5973
15	-0.1372	0.5957	-0.0626	0.2377	-0.0841	-0.0242	0.0402	0.0635	-0.0348	-0.1145	0.0143	0.0623	0.5987
16	-0.4054	-0.0625	-0.5997	-0.0190	0.0565	-0.0159	0.0183	0.0741	-0.0001	-0.0512	-0.0142	0.0477	-0.0655
17	-0.4020	-0.0657	-0.5992	0.0118	-0.0606	-0.0145	-0.0146	-0.0825	-0.0091	-0.0570	-0.0284	-0.0475	0.0677
18	-0.1354	-0.0304	-0.0436	-0.1002	-0.1008	-0.0858	-0.9136	-0.4936	-0.0262	-0.5587	-0.6282	-0.9988	-0.0592
19	-0.0010	-0.2378	0.0253	-0.0925	-0.1251	0.0237	-0.0720	-0.0965	0.0613	-0.0298	-0.0364	-0.1016	-0.2380
20	0.0043	0.2364	-0.0212	0.5981	0.1313	-0.0250	0.0697	0.0933	0.0614	0.0256	0.0356	0.0985	0.2389
21	-0.2214	-0.0451	0.0693	0.1428	0.5955	0.2095	0.1679	-0.1502	0.0477	-0.2313	0.2373	0.1041	-0.0472
22	-0.1787	0.6620	-0.0293	-0.1211	-0.5974	-0.2194	-0.1728	0.1428	-0.0786	-0.2264	-0.2134	-0.0935	0.0806
23	0.1929	-0.0741	0.0440	0.1298	0.5947	0.2181	0.1792	-0.1492	0.0700	-0.2304	0.2238	0.0969	-0.0723
24	-0.0151	-0.0187	-0.0153	-0.0314	0.1952	0.5925	-0.1273	-0.0662	-0.1576	-0.2552	-0.1190	0.0833	-0.0205
25	0.0112	0.0341	-0.0173	0.0155	-0.2312	-0.6817	-0.1276	0.0499	-0.1414	0.3092	-0.1145	-0.0903	0.0358
26	-0.0115	-0.0314	0.0158	-0.0206	0.2248	0.5947	0.1261	-0.0571	0.1473	-0.3101	0.1153	0.0864	-0.0329
27	0.1743	0.0374	0.0170	0.0646	0.1843	0.1259	0.3983	0.0968	0.1035	0.7133	0.8760	0.9147	0.0359
28	-0.1753	-0.0423	-0.0179	-0.0732	-0.1845	-0.1254	-0.3992	-0.1038	-0.0545	-0.7110	-0.8764	-0.9169	-0.0407
29	0.1760	0.0350	0.0151	0.0700	0.1847	0.1259	0.5999	0.0978	0.0973	0.7133	0.8765	0.9171	0.0364
30	-0.1374	-0.0650	-0.0761	-0.0853	-0.1515	-0.0618	0.0591	0.5999	-0.1476	-0.1550	-0.3419	-0.4904	-0.0656
31	-0.1366	0.0627	0.0059	0.0853	0.1506	-0.0621	0.0966	0.5999	-0.1476	-0.1550	-0.3419	-0.4904	-0.0656
32	-0.0192	-0.0375	-0.0049	-0.0639	0.0562	0.1523	0.1130	-0.1475	0.9972	0.0397	-0.0355	0.0364	-0.0367
33	-0.0197	-0.0330	0.0019	-0.0600	0.0511	0.1515	0.0936	-0.1474	0.9994	0.0397	-0.0355	0.0364	-0.0367
34	-0.0194	-0.0313	-0.0022	-0.0586	0.0530	0.1500	0.0876	-0.1479	0.9975	0.0397	-0.0355	0.0364	-0.0367
35	0.2371	0.0167	0.0332	-0.0332	-0.2305	0.1137	0.6786	-0.3414	-0.0440	0.7417	0.5998	0.6230	0.0053
36	-0.2375	-0.0165	0.0154	-0.0341	-0.2341	-0.1134	-0.6786	0.3414	0.0440	-0.7417	-0.5998	-0.6230	-0.0053
37	0.2379	-0.0135	-0.0208	-0.0374	-0.2331	-0.1149	-0.6786	0.3414	0.0440	-0.7417	-0.5998	-0.6230	-0.0053
38	0.0920	0.0616	0.0487	0.0923	0.1005	0.0835	0.2159	0.4865	0.0256	0.5609	0.6320	0.9997	0.0063
39	0.0928	0.0607	0.0486	0.0922	0.1010	0.0848	0.2155	0.4807	0.0260	0.5603	0.6306	0.9999	0.0056

Tabelle 6-4: Matrix der einfachen Korrelationskoeffizienten r (Fortsetzung).

VARIABLE	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
14	1.0000												
15	-0.9559	1.0000											
16	C.0551	-C.0616	1.0000										
17	-0.0620	C.0636	-C.0576	1.0000									
18	C.0622	-C.0616	-C.0426	0.0450	1.0000								
19	0.2363	-C.2377	0.0275	-0.0214	0.1061	1.0000							
20	-0.2371	C.2377	-0.0234	0.0165	-0.1035	-0.0000	1.0000						
21	0.0525	-C.0568	0.0279	-0.0720	-0.1041	-0.1306	0.1365	0.9999					
22	-0.0845	C.0833	-C.0279	0.0318	0.0537	C.1098	-0.1157	-0.9982	1.0000				
23	0.0742	-C.0726	0.0427	-0.0473	-0.0576	-C.1184	C.1241	0.2037	-0.9534	1.0000			
24	C.0149	-C.0168	0.0156	-0.0145	-0.0845	C.0295	-0.0308	-0.9941	0.9999	-0.9941	1.0000		
25	-0.0311	C.0324	-0.0178	0.0157	0.0519	-C.0129	0.0143	-0.2329	-0.2329	-0.2329	-0.2329	1.0000	
26	0.0272	-C.0300	0.0165	-0.0153	-0.0885	C.0176	-0.0197	0.2197	0.2197	0.2197	0.2197	-0.9962	1.0000
27	-0.0403	C.0368	-0.0183	0.0144	-0.1112	-C.0692	0.0669	-0.1726	-0.1726	-0.1726	-0.1726	0.1275	0.1260
28	C.0445	-C.0433	0.0191	-0.0146	0.1112	C.0768	-0.0753	-0.1879	-0.1879	-0.1879	-0.1879	0.1257	0.1260
29	-0.0450	C.0367	-C.0173	0.0160	-0.1191	-0.0756	0.0715	-0.1682	-0.1736	-0.1788	-0.1824	0.0495	0.0563
30	-0.0656	C.0653	-C.0737	-0.0817	-0.4831	-C.0966	0.0933	-0.1509	0.1432	-0.1491	-0.0661	0.0495	0.0563
31	-0.0637	0.0617	0.0743	-0.0633	-0.4544	-C.0797	0.0730	-0.1478	-0.1426	-0.1486	-0.0661	0.0495	0.0563
32	C.0366	-C.0361	0.0023	-0.0105	-0.0364	C.0639	-0.0640	C.0445	-0.0753	C.0666	0.1596	-0.1438	0.1497
33	0.0334	-C.0340	-0.0010	-0.0053	-0.0213	C.0600	-0.0603	0.0494	-0.0819	0.0715	0.1561	-0.1394	0.1442
34	C.0324	-C.0320	-0.0010	-0.0051	-0.0156	C.0585	-0.0588	C.0513	-0.0819	0.0715	0.1561	-0.1394	0.1442
35	-0.0142	C.0143	-C.0219	-0.0230	-0.6285	-C.0342	0.0334	-0.2336	-0.2124	-0.2227	-0.1148	-0.1113	-0.1169
36	0.0152	-C.0161	0.0134	0.0230	0.6285	C.0404	-0.0402	0.2336	0.2145	0.2227	0.1148	-0.1113	-0.1169
37	-0.0189	C.0135	-0.0171	0.0246	-0.0969	-C.0370	0.0371	-0.2388	-0.2145	-0.2244	0.1168	-0.1160	0.1133
38	-0.0642	C.0626	-C.0468	-0.0467	-0.9569	-C.0993	0.0993	-0.1039	-0.0932	0.9960	-0.0825	-0.0824	0.0827
39	-0.0635	0.0616	-C.0469	-0.0472	-0.9599	-C.1031	0.0996	0.1044	-0.0939	0.9972	-0.0837	-0.0909	0.0869

VARIABLE	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
27	1.0000												
28	-C.5574	1.0000											
29	C.5559	-C.5555	1.0000										
30	C.0970	-C.1035	0.1008	1.0000									
31	-C.0567	C.1041	C.0567	-C.5555	1.0000								
32	0.1161	-C.1028	-0.1103	0.1487	-0.1487	1.0000							
33	C.0965	-C.0884	C.0902	-0.1473	-0.1481	C.9940	1.0000						
34	C.0965	-C.0884	C.0902	-0.1473	-0.1481	C.9940	1.0000						
35	0.0753	-0.8759	-0.8776	-0.3408	-0.3420	-C.0310	-0.0504	1.0000					
36	-0.8728	-C.8745	-0.8776	-0.3408	-0.3420	-C.0310	-0.0504	1.0000					
37	0.8764	-C.8781	0.8758	-0.3445	-0.3488	-C.0400	-0.0601	-0.0655	-0.9999	1.0000			
38	0.8753	-C.8757	0.8762	-0.3445	-0.3488	-C.0400	-0.0601	-0.0655	-0.9999	1.0000			
39	0.9141	-C.9173	0.9179	-0.4909	-0.4903	0.0364	0.0205	0.0154	0.6314	-0.6279	0.9994	0.9955	

Nach diesem Durchlauf werden nochmals Austauschungen vorgenommen, so daß wir letztlich zu den in Tabelle 6-3 gezeigten derivativen Erklärungsvariablen gelangen. Diese werden wieder zusammen mit den Originalvariablen ein drittes Mal durch das iterative Regressionsprogramm geschickt.

Zunächst wird - wie auch in den vorangegangenen Läufen - eine **K o r r e l a t i o n s m a t r i x** (Tabelle 6-4) ausgedruckt,¹⁾ welche die einfachen Korrelationskoeffizienten zwischen allen 39 Variablen enthält. Die Korrelationskoeffizienten $r_{y,x}$ zwischen der Zielvariablen y (= Nr. 10) und den einzelnen Erklärungsvariablen x sind durch Einrahmung gekennzeichnet. Im Anschluß an diese Matrix erhalten wir wiederum **1 5 I t e r a t i o n s r e i h e n**, indem wir den Steuerungsparameter T stufenweise von $T = 0,0001$ auf $T = 0,975$ erhöhen. Dies bewirkt, daß die direkte **M u l t i k o l l i n e a r i t ä t s k o n t r o l l e** - ausgehend von praktisch keiner Überwachung - nach und nach verschärft wird, bis bei $T = 0,975$ alle nicht zufälligen multikollinearen Zusammenhänge ausgeschaltet werden.²⁾ Die kritischen t^2 -Werte als weitere Steuerungsparameter für die **A u f n a h m e** bzw. **A u s s o n d e r u n g** von Variablen werden mit $t_{in}^2 = t_{out}^2 = 3,89$ vorgegeben,³⁾ was einem Signifikanzniveau von 95% entspricht.

1) Eine Korrelationsmatrix kann auch beim einfachen schrittweisen Regressionsprogramm STPRG ausgedruckt werden.

2) $T_k = 1 - R_{x_k \cdot x}^2$; der Zufallshöchstwert für $R_{x_k \cdot x}$ ist

$$p\alpha; v = \frac{t_{\alpha; v}}{t_{\alpha; v}^2 + v} = 0,1573 \text{ (bei } \alpha = 0,01 \text{ und } v = 270;$$

v hängt genau genommen davon ab, wie viele erklärende Variable interkorreliert sind)

$$T_k = 1 - 0,1573^2 = \underline{0,9753};$$

Vgl. dazu FÖRSTER, E./EGERMAYER, F., a.a.O., S. 233.

Vgl. EZEKIEL, M./FOX, K.A., a.a.O., S. 295ff.

3) Es wird hier ein mittleres $v = 269$ unterstellt.

Tabelle 6-5: Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse der schrittweisen Regressionsanalyse (IBM-Programm BMD 02R); $n = 273$ Datensätze; die Versionen A bis F ergeben sich bei stufenweiser Erhöhung des T-Wertes von 0,0001 bis 0,9750 (1. Fortsetzung).

Ver- sion	Schritt Nr.	Ergebnisse nach dem i-ten Schritt				Varia- ble	Ergebnisse nach dem letzten Schritt			
		multipler Korrela- tionsko- effizient	Standard- fehler d. Residuen	Standard- fehler d. lineari- tatskontr.	Multikol- linearitätskontr.		Regres- sionsko- effizient	Standard- fehler von b_k	$t^2 = \left(\frac{b_k}{s_{b_k}}\right)^2$	globales Multikol- linearitätsmaß M
	i	$R_{y \cdot x}$	$s_{y \cdot x}$	T_k	k	x	b_k	s_{b_k}		
B	1	0,743	2,3410	1,000	37	$\lg x_{11}$	93,6450	12,3838	57,18	
	2	0,842	1,8895	0,987	26	$\lg x_6$	-31,8644	2,0757	235,66	
	3	0,856	1,8128	0,912	22	x_5^{-1}	-89,2526	18,9500	22,18	
	4	0,871	1,7270	0,231	27	x_7^2	0,0066	0,0013	25,07	
	5	0,881	1,6633	0,990	13	x_2^2	-0,1025	0,0249	16,98	
	6	0,887	1,6312	0,896	1	x_1	0,0407	0,0118	11,81	
	7	0,890	1,6143	0,875	32	x_9^2 (const.)	0,2902 -24,3976	0,1129	6,60	0,5307
C	1	0,743	2,3410	1,000	37	$\lg x_{11}$	125,0545	7,4943	278,44	
	2	0,842	1,8895	0,987	26	$\lg x_6$	-31,8007	2,0755	234,77	
	3	0,856	1,8128	0,912	22	x_5^{-1}	-88,6146	18,9569	21,85	
	4	0,867	1,7509	0,602	39	$\sqrt{x_{12}}$	6,4644	1,2914	25,06	
	5	0,878	1,6873	0,987	14	x_2^{-1}	96,1930	23,2536	17,11	
	6	0,885	1,6461	0,964	32	x_9^2	0,4228	0,1076	15,45	
	7	0,890	1,6144	0,897	1	x_1 (const.)	0,0402 -102,2567	0,0118	11,55	0,3354
									$\emptyset$ 86,32	

Tabelle 6-5: Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse der schrittweisen Regressionsanalyse (IBM-Programm BMD 02R); $n = 273$ Datensätze; die Versionen A bis F ergeben sich bei stufenweiser Erhöhung des T-Wertes von 0,0001 bis 0,9750 (2. Fortsetzung).

Ver- sion	Schritt Nr.	Ergebnisse nach dem i-ten Schritt				Varia- ble	Ergebnisse nach dem letzten Schritt		
		multipler Korrela- tionsko- effizient	Standard- fehler d. Residuen	Multiplikol- linearer T _k	Varia- blen Nr.		Regres- sionsko- effizient	Standard- fehler von	globales Multiplikol- linearer T _k
	i	$R_{y \cdot x}$	$s_{y \cdot x}$	T_k	k	x	b_k	s_{b_k}	$t^2 = \left(\frac{b_k}{s_{b_k}}\right)^2$
D	1	0,743	2,3410	1,000	37	$\lg x_{11}$	159,1291	6,1780	663,45
	2	0,842	1,8895	0,987	26	$\lg x_6$	-31,8148	2,0662	237,08
	3	0,856	1,8128	0,912	22	x_5^{-1}	-88,7950	18,8718	22,14
	4	0,866	1,7601	0,991	14	x_2^{-1}	96,5658	23,1506	17,40
	5	0,874	1,7114	0,971	32	x_9^2	0,5632	0,1083	27,05
	6	0,886	1,6388	0,845	31	$\sqrt{x_8}$	9,8320	1,8694	27,66
	7	0,891	1,6072	0,897	1	x_1	0,0400	0,0118	11,55
						(const.)	-186,4831	.	$\emptyset 143,76$
									0,0446

Tabelle 6-5: Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse der schrittweisen Regressionsanalyse (IBM-Programm BMD 02R); $n = 273$ Datensätze; die Versionen A bis F ergeben sich bei stufenweiser Erhöhung des T-Wertes von 0,0001 bis 0,9750 (3. Fortsetzung).

Ver- sion	Schritt Nr.	Ergebnisse nach dem i-ten Schritt				Varia- ble	Ergebnisse nach dem letzten Schritt		
		multipler Korrela- tionsko- effizient $R_{y \cdot x}$	Standard- fehler d. Residuen $s_{y \cdot x}$	Multikol- linear- itätskontr. T_k	Varia- blen Nr. k		Regres- sionsko- effizient b_k	Standard- fehler von s_{bk}	globales Multikol- linear- itätsmaß M
E	1	0,743	2,3410	1,000	37	lg x_{11}	158,0941	6,1596	658,76
	2	0,842	1,8895	0,987	26	lg x_6	-30,0630	2,2308	181,62
	3	0,854	1,8278	0,999	14	x_2^{-1}	110,6979	25,1149	19,43
	4	0,863	1,7750	0,973	32	x_9^2	0,4888	0,1177	17,25
F						(const.)	-119,8338	.	Ø 219,27
						lg x_{11}	156,6288	6,3225	611,77
						lg x_6	-28,6322	2,2696	159,15
						x_2^{-1}	114,2150	25,8476	19,53
						(const.)	-116,8473	.	Ø 263,48
0,0829									
0,0678									

Die 15 Iterationsreihen liefern 6 v e r s c h i e d e -
n e E r g e b n i s s e r i e n A bis F, deren wesent-
liche Elemente in den Tabellen 6-5 wiedergegeben sind. Ver-
gleichen wir die V e r s i o n A, bei der mit $T =$
 $= 0,0001$ praktisch keine explizite Multikollinearitätskon-
trolle vorgenommen wird, mit dem vom einfachen schrittweisen
Regressionsprogramm STPRG gelieferten Ergebnis (Tabelle 6-2),
können wir feststellen, daß das Programm BMD 02R die gleichen
Erklärungsvariablen, allerdings in transformiertem Zustand,
aufnimmt. Durch Verwendung transformierter Variabler gelingt
es aber, (bei annähernd gleichen t^2 -Werten) den multiplen
Korrelationskoeffizienten ($R_{y.\bar{x}}$) merklich zu erhöhen bzw.
den Standardfehler der Residuen ($s_{y.\bar{x}}$) merklich zu senken.
Das Multikollinearitätsmaß M bleibt jedoch - ebenso wie
in V e r s i o n B, bei der lediglich die zweite
Transformation der Originalvariablen x_9 nicht mehr enthal-
ten ist - über $M = 0,5$, d. h. wir haben nach wie vor mit
bedeutenden multikollinearen Beziehungen zu rechnen. Wie
ein Blick auf die Korrelationsmatrix in Tabelle 6-4 zeigt,
ist dies hauptsächlich auf die starken Interkorrelationen
zwischen den Originalvariablen x_{11} und x_7 zurückzuführen.
Entsprechend sinkt M in V e r s i o n C erheblich ab,
denn diese unterscheidet sich von den Versionen A und B im
wesentlichen dadurch, daß die Originalvariable x_7 gegen
 x_{12} ausgewechselt wird, was gleichzeitig auch eine Erhö-
hung der t^2 -Werte mit sich bringt. Durch einen abermaligen
Austausch der Originalvariablen x_{12} gegen x_8 in V e r -
s i o n D fällt das globale Multikollinearitätsmaß
auf $M = 0,0446$, also praktisch auf null.¹⁾ Der kleinste

1) In diesem Zusammenhang sei auf Version A und B hinge-
wiesen, bei denen das globale Multikollinearitätsmaß M
trotz des Weglassens der fast perfekt mit der Variablen
 x_{32} interkorrelierten Variablen x_{33} praktisch unverän-
dert bleibt. Damit wird die Schwäche dieses globalen

T_k -Wert ($T_k = 0,845$) bei Version D gibt an, daß die Varianzen der einzelnen in der Gleichung befindlichen Einflußgrößen nur noch zu maximal etwa 16% durch Interkorrelation erklärt werden können,¹⁾ während die vergleichbaren Werte bei Version B und C über 77% bzw. über 40% liegen. Einen genaueren Aufschluß, wo die noch vorhandenen geringen Interkorrelationen zu suchen sind, gibt Tabelle 6-6. Version D stellt also eine Lösungsgleichung dar, bei der das Problem der Multikollinearität trotz der Aufnahme von 7 Erklärungsvariablen kaum mehr eine Rolle spielt. Daher können die berechneten multiplen Regressionskoeffizienten b_k als zuverlässige Schätzwerte für die partiellen Einflüsse der einzelnen Variablen betrachtet werden.

Daß auch in Version D im Gegensatz zu den Versionen E und F alle wesentlichen angebotenen Einflußfaktoren enthalten

Fortsetzung Fußnote S. 173)

Maßes M (gegenüber t^2 und insbesondere gegenüber T_k) deutlich sichtbar; bei M werden praktisch nur die Interkorrelationen von denjenigen Einflußvariablen erfaßt, die einen großen Erklärungswert für die Zielvariable haben. Aus einem M-Wert nahe null können wir also lediglich schließen, daß die wahren partiellen Regressionen der stärksten Erklärungsvariablen durch die errechneten b_k nicht grob überschätzt werden, so daß der zugrundeliegende Regressionsansatz für Prognosezwecke ohne Extrapolationen brauchbar sein dürfte. Über die Verwendbarkeit als Strukturgleichung sagt ein niedrigerer M-Wert allein hingegen noch nicht viel aus (vgl. auch KELCH, E./MÜLLER, H./WASCHKAU, H., a.a.O., S. 42).

- 1) $1 - 0,845 = 0,155$; da die dargestellten T_k jeweils nur das Ergebnis nach dem i-ten Schritt darstellen, die vorgegangenen T_k aber durch jeden weiteren Schritt verringert werden können, kann eine präzise Aussage nur gemacht werden, wenn das niedrigste T_k auch gleichzeitig beim letzten Schritt auftaucht. Genau genommen müßte T_k dann auch noch mit der BESSEL-Korrektur ($\frac{n-1}{n-p-1}$) versehen werden (vgl. SNEDECOR, G.W./COCHRAN, W.G., a.a.O., S. 403).

Tabelle 6-6: Matrix der einfachen Korrelations- und Interkorrelationskoeffizienten
der Version D betreffenden Variablen (Auszug aus Tabelle 6-4;

$|p_{0,05}| = 0,1190$; $|p_{0,01}| = 0,1573$; x = Erklärungsvariable; y = Zielvariable.

Variable (Nr.)	$\lg x_{11}$ (37)	$\lg x_6$ (26)	x_5^{-1} (22)	x_2^{-1} (14)	x_9^2 (32)	$\sqrt{x_8}$ (31)	x_1 (1)	y (10)
$\lg x_{11}$ (37)	1,0000	.	.	.	.	.	.	0,7426
$\lg x_6$ (26)	0,1133	1,0000	.	.	.	.	.	-0,3101
x_5^{-1} (22)	-0,2145	0,2280	1,0000	.	.	.	.	-0,2264
x_2^{-1} (14)	-0,0189	0,0272	-0,0864	1,0000	.	.	.	0,1145
x_9^2 (32)	-0,0400	0,1497	-0,0753	0,0386	1,0000	.	.	0,0397
$\sqrt{x_8}$ (31)	-0,3488	-0,0570	0,1426	-0,0637	-0,1487	1,0000	.	-0,1582
x_1 (1)	0,2379	-0,0115	-0,1787	0,1571	-0,0192	-0,1366	1,0000	0,3155

sind, kannman - unabhängig von fabrikationstechnischen Überlegungen - am vergleichsweise niedrigen Standardfehler der Residuen von $s_{y.\underline{x}} = 1,6072$ bzw. am hohen multiplen Korrelationskoeffizienten von $R_{y.\underline{x}} = 0,891$ erkennen. Dieser besagt, daß $0,891^2 \cdot 100\% = 79,39\%$ der Gesamtvarianz der Zielvariablen Säuregrad von $s^2 = 3,489^2$ (siehe Tabelle 6-1) durch die multiple Regressionsgleichung der Version D erklärt werden können. Damit kommt der Gesamterklärungswert von Version D dem von Version A ($R_{y.\underline{x}} = 0,892$) fast gleich, während die Gesamterklärungswerte, die mit Hilfe der klassischen multiplen Regressionsanalyse ($R_{y.\underline{x}} = 0,881$; Programm REGRE; Tabelle 6-1) und auch mittels der einfachen schrittweisen Regressionsanalyse ($R_{y.\underline{x}} = 0,883$; Programm STPRG; Tabelle 6-2) erreicht werden, durch Version D sogar ein gutes Stück übertroffen werden.

Damit stellt Version D, die mit Hilfe des differenzierten Suchalgorithmus des schrittweisen Regressionsprogramms BMD 02R durch laufende Veränderung des Toleranzniveaus für die Multikollinearität und durch die Wahl geeigneter Transformationen der Erklärungsvariablen erzielt worden ist, im Hinblick auf die Erklärung des Gesamtzusammenhanges und der partiellen Beziehungen zwischen der Zielvariablen Säuregrad und ihren Erklärungsvariablen ein Optimum aus den insgesamt 110 verschiedenen errechneten Regressionsgleichungen dar. Daher dürfte Version D für die gestellte Aufgabe, nämlich bei schwankenden unbeeinflussbaren Inputfaktoren den gewünschten Säuregrad durch entsprechende Variation der Rezeptgrößen möglichst konstant zu halten, am besten geeignet sein.

Version D bringt auch vom statistischen Blickwinkel aus gesehen ein bemerkenswertes Ergebnis. So ist es zunächst erstaunlich, daß sich die transformierte Originalvariable x_9 trotz ihres nicht signifikanten und sehr kleinen einfachen Korrelationskoeffizienten von $r_{y.x} = 0,0397$ (siehe Tabelle 6-6) in der Lösungsgleichung befindet. Errechnen wir jedoch den entsprechenden partiellen Korrelationskoeffizienten, so ergibt sich ein Wert $r_p = 0,2685$,¹⁾ der die Einbeziehung der transformierten Originalvariablen x_9 durchaus rechtfertigt. An diesem Beispiel wird deutlich, wie stark die isolierte Wirkung, die eine Erklärungsvariable auf die Zielvariable bei Konstanzhaltung aller übrigen Einflußvariablen hat, durch die Variabilität letzterer überdeckt werden kann. Dies führt im Falle der transformierten Originalvariablen x_8 sogar so weit, daß trotz des positiven partiellen Regressionskoeffizienten von $b_k = +9,8320$ (siehe Version D, Tabelle 6-5) durch den einfachen Korrelationskoeffizienten von $r_{y.x} = -0,1582$ (siehe Tabelle 6-6) ein hochsignifikanter negativer Zusammenhang zwischen dieser Erklärungsvariablen und der Zielvariable angezeigt wird.²⁾

1) Der partielle Korrelationskoeffizient r_p wird aus dem ersten partiellen Regressionskoeffizienten $b_{yx_k.x} = b_k = 0,5632$ (siehe Version D, Tabelle 6-5) und dem speziell berechneten zweiten partiellen Regressionskoeffizienten $b_{x_k y.x} = 0,1355$ über die Beziehung

$$r_p = \sqrt{b_{yx_k.x} \cdot b_{x_k y.x}} \quad \text{ermittelt (vgl. FÖRSTER, E./EGERMAYER, F., a.a.O., S. 134).}$$

2) Zur Problematik der Abweichungen zwischen einfachen und partiellen Korrelationskoeffizienten vgl. z. B. FÖRSTER, E./EGERMAYER, F., a.a.O., S. 133, S. 138ff.

7 RESÜMEE

7.1 Qualitätskontrolle und Stoffumwandlungsprozesse

Unter Stoffumwandlungsprozessen versteht man solche Produktionsprozesse, bei denen - im Gegensatz zu den reinen Formgebungsprozessen - Veränderungen in der Substanz der Ausgangsstoffe vorgenommen werden und zwar primär mittels nicht-mechanischen physikalischen, chemischen oder biochemischen Produktionsverfahren. Für diese Prozesse, die einen bedeutenden und laufend zunehmenden Anteil an der industriellen Produktion haben, werden bisher die Möglichkeiten der mathematisch-statistischen Qualitätskontrolle kaum genutzt.

Bei den meist schlecht beherrschten Stoffumwandlungsprozessen bilden die Reaktionsabläufe von einem stabilen Ausgangszustand zum nächsten stabilen Zustand geschlossene, nicht beliebig zerleg- und unterbrechbare Produktionsabschnitte, in denen ein ganzer Komplex von mehr oder weniger simultan wirkenden Einflußfaktoren die Richtung des Produktionsablaufes bestimmen. Damit sind bei solchen Prozessen die Kausalzusammenhänge zwischen Outputschwankungen und den sie bewirkenden Inputfaktoren oft nur unzureichend bekannt. Bei Stoffumwandlungsprozessen gewinnt daher die analytische und diagnostische Komponente der Qualitätskontrolle, die sich insbesondere auf die höheren, multivariaten Verfahren der Statistik stützt, stark an Gewicht.

Da sich die Wirkung stoffumwandelnder Produktionsverfahren auf den Output häufig der unmittelbaren Beobachtung durch die menschlichen Sinne entzieht, ist man bei der Datenerhebung auf zum Teil aufwendige physikalische Messungen oder

chemische Analysen angewiesen; diese sind oft im Verhältnis zu den Produktionsabläufen langwierig. Das bedeutet hinsichtlich der operativen Komponente der Qualitätskontrolle, daß selbst nach der Klärung der Wirkungszusammenhänge zwischen Einflußfaktoren und Outputschwankungen die Beherrschung des Prozesses schwierig ist, denn wegen großen Time-lags führt eine einfache, z.B. kontrollkartenmäßige Nachlaufregelung häufig nicht zur gewünschten Stabilität des Outputs. Daher muß bei stoffumwandelnden Prozessen auch das Instrumentarium der operativen Qualitätskontrolle durch andere Methoden der Prozeßsteuerung ergänzt werden. Hier stehen im Vordergrund die störgrößenorientierte, zum Teil mehrere Komponenten umfassende Primärsteuerung und die starre, rein ablaufzeitorientierte Programmsteuerung, deren Steuerungskennlinie im Rahmen der Prozeßanalyse aus Vergangenheitsdaten bestimmt worden ist.

Gleichzeitig mit dieser Erweiterung der Anforderungen verliert die traditionelle Betrachtungsweise der Qualitätskontrolle, bei der das Hauptaugenmerk, weitgehend losgelöst von den Eigenschaften des Produktionsprozesses, fast ausschließlich auf statistische und auswertungstechnische Probleme gerichtet wird, an Geltung. Die eigentliche Problematik der Qualitätskontrolle bei Stoffumwandlungsprozessen liegt vielmehr in der Anpassung der statistischen Methodologie und Modelle an die spezifische produktionstechnische Prozeßstruktur. Diese Anpassungsprobleme, die teilweise nur heuristisch-iterativ gelöst werden können, machen den Übergang vom einzelstehenden statistischen Fachspezialisten zum Problemspezialistentum oder Team unumgänglich.

7.2 Die wesentlichen Punkte der Prozeßanalyse

Vor der Durchführung der Prozeßanalyse des speziellen Untersuchungsgegenstandes "Camembert und Brikäseproduktion" werden in Kapitel 2 die wesentlichen Fabrikationsphasen,

die zu untersuchenden Produktionsmerkmale (Stückgewicht, Säuregrad, Trockenmasse- und Fett i.T.-Gehalt) und ihre wirtschaftliche Bedeutung sowie die spezifischen Qualitätsprobleme aufgezeigt.

Die eigentliche Analyse beginnt mit einer nicht-statistischen Klärung der Zusammenhänge zwischen der Art der Produktvariabilität und ihren Haupteinflußgrößen. Damit soll der komplexe Gesamtprozeß sinnvoll in leichter überschaubare Einzelabschnitte zerlegt werden können, deren Schwachstellen dann eher lokalisierbar und quantifizierbar sind. Beim vorliegenden Untersuchungsobjekt lassen sich die Schwankungseinflußkomplexe in zwei Gruppen aufspalten, nämlich in solche, welche die Erzeugnisstreuung innerhalb einer Tagesproduktion verursachen (Ausfüllprozeß, Trocknung), und in solche, die auf die Erzeugnisvariabilität von einer Tagesproduktion zur anderen einwirken; das sind im einzelnen Käsestoffgehalt und mikrobiologisch-chemische Beschaffenheit der Milch als fabrikatorisch unbeeinflussbare Größen, sowie Rezept, Fettgehalt und Menge der eingesetzten Käsereimilch und durchschnittliche Trocknungsintensität als in gewissen Grenzen veränderbare Fabrikationsparameter.

Auf Basis meist primärstatistischen Datenmaterials von teilweise beträchtlichem Umfang (bis $n = 16\ 000$) werden diese Haupteinflußgrößen in den Kapiteln 3 bis 6 unter Einsatz der Elektronischen Datenverarbeitung (EDV) untersucht. Hierbei kommt die Mehrzahl der statistischen Verfahren, die im Zusammenhang mit Qualitätsproblemen und Produktionsprozeßforschung interessieren, zur Anwendung. Da das Ziel dieser Studie über die Erlangung konkreter, in der Praxis direkt verwertbarer Ergebnisse hinausgeht, werden die auf die einzelnen Fragestellungen anzuwendenden höheren statistischen Verfahren in ihren Grundprinzipien und Modellannahmen kurz diskutiert. Weiterhin wird anhand der zum Teil erst bei der Rechnung auftauchenden Anpassungs-

probleme versucht, durch entsprechende Modellvariationen sukzessiv zur gewünschten Isomorphie des Modells der Wirklichkeit gegenüber zu gelangen. Schließlich wird beim Aufbau der Studie darauf geachtet, daß - soweit es die produktionstechnischen Zusammenhänge zulassen - der Einsatz der Verfahren und Modelle, entsprechend ihrer Funktion (Erklärung, Prognose) und ihrem methodischen Ansatz, in eine gewisse systematische Reihenfolge gebracht wird und daß der Schwierigkeitsgrad im Verlauf der Analyse tendenziell zunimmt.

In Kapitel 3 wird der Einfluß des Ausfüllprozesses insbesondere auf das wirtschaftlich bedeutsamste Merkmal Stückgewicht analysiert. Ein Vergleich der durchwegs beträchtlichen Streuungen der drei verschiedenen zur Diskussion stehenden Ausfüllverfahren ergibt zunächst eine klare Überlegenheit des mechanisierten Ausfüllverfahrens ($s_I = 36,397g$) gegenüber dem klassischen Handschöpfen ($s_{II} = 45,774g$) und dem noch im Versuch befindlichen maschinellen Ausfüllverfahren ($s_{III} = 46,752g$).

Die beiden ersten Verfahren werden mit Hilfe von zwei-, drei- und vierfach kreuzklassifizierten Varianzanalysemodellen mit festen, gemischten und zufälligen Effekten untersucht; daran schließen sich multiple Mittelwertvergleiche nach TUKEY und Kontrastvergleiche nach SCHEFFÉ sowie Varianzkomponentenberechnungen an. Diese umfangreichen Analysen ergeben, daß das Handschöpfen praktisch nicht verbesserungsfähig ist, während die Streuung des mechanisierten Verfahrens durch Abänderungen am Ausfüllmechanismus und durch Schulung des Bedienungspersonals wohl auf $s_I \text{ korr.} \approx 30g$ gesenkt werden könnte.

In diesem Kapitel wird ferner versucht, die starken zeitabhängigen Schwankungen des Ausfüllverfahrens III mit Hilfe der FOURIER-Analyse in eine strukturelle periodische und eine zufällige Komponente zu zerlegen. Das Zustandekommen

der trigonometrischen Summenfunktion bei diesem Verfahren, das primär bei der Analysierung von Schwingungsvorgängen in Physik und Technik zum Einsatz kommt, wird graphisch unter Ausnutzung eines Computer-Zeichengerätes (plotter) veranschaulicht. Durch eine modifizierte Anwendung der Varianzanalyse gelingt es auch, den günstigsten Anpassungsgrad für das Polynom ausfindig zu machen. Diese so bestimmte Funktion läßt sich direkt als Kennlinie für eine feste, ablaufzeitorientierte Programmsteuerung der Bandgeschwindigkeit der maschinellen Ausfüllung verwenden. Eine solche Steuerung würde eine Einschränkung der Gewichtsstreuung auf $s_{III \text{ korr.}} \approx 26g$ bewirken und dieses Ausfüllverfahren damit durchaus konkurrenzfähig machen.

In Kapitel 4 werden beim ebenfalls stark streuenden Gewichtsverlust während der Trocknungsphase ($s = 29,23g$) mittels der Kovarianzanalyse die Wirkungen der quantitativen Einflußvariablen Rohkäsegewicht und der in Form der Lagekoordinaten "Zeile" und "Spalte" qualitativ erfaßten Einflußvariablen Trocknungsintensität ohne gegenseitige Verfälschung bestimmt. Diese Analyse, während derer auch die Prinzipien der experimentellen Versuchsforschung gestreift werden, bestätigt einerseits die Hypothese eines proportionalen Zusammenhanges zwischen Trocknungsverlust und Rohkäsegewicht und weist andererseits innerhalb einer Höhenschicht eines Trocknungsblocks hochsignifikante lagemäßige Unterschiede der Trocknungsintensität nach. Diese Unterschiede, die auf verschiedene Luftbewegungsverhältnisse in der Mitte und am Rande der Trocknungsblocks zurückzuführen sind, könnten zwar vermutlich durch entsprechende Umlagerungen der Käse beim Wenden während der 7-tägigen Trocknungsphase ausgeglichen werden. Bei der Betrachtung der gemeinsamen Einflüsse des mechanisierten Ausfüllprozesses und des Trocknungsvorgangs stellen wir jedoch fest, daß sich deren systematische lagebedingte Rohgewichts- bzw. Trocknungsintensitätsunterschiede teilweise kompensieren, so daß der Trocknungsvorgang trotz seiner großen Variabilität die vom Ausfüllvorgang ausgehende

Gewichtsstreuung nicht wesentlich vergrößert. Daher können Korrekturmaßnahmen am Ausfüll- und Trocknungsprozeß nur erfolgreich sein, wenn sie sehr sorgfältig aufeinander abgestimmt werden.

Eine über 18 Monate laufende und auf 12 800 Einzelwägungen basierende, kontrollkartenmäßige Untersuchung am Ende von Kapitel 4 zeigt, daß unter den gegebenen Fabrikationsbedingungen mit einer nicht ganz zeitstabilen Stückgewichtsstreuung der packreifen Käse pro Tagesproduktion von durchschnittlich $s = 42,90\text{g}$ gerechnet werden muß. Für die durchschnittliche Tagesstreuung des Trockenmassegehaltes, die zu einem wesentlichen Teil schon durch den Ausfüllprozeß hervorgerufen wird, ergibt sich aus insgesamt 390 Analysebestimmungen $s = 1,256\%$. Die mittlere Tagesstreuung des Fett i.T.-Gehaltes, die vom Trocknungsprozeß nicht beeinflußt wird, beläuft sich auf $s = 0,412\%$. Die beiden letztgenannten Tagesstreuungen können aufgrund des BARTLETT-Tests als zeitstabil betrachtet werden. Beim Merkmal Käsensäuregrad wird keine Streuung innerhalb der Tagesproduktion bestimmt, da diese Schwankungen erfahrungsgemäß klein sind und keine besonderen Probleme aufwerfen.

In Kapitel 5 wird anhand einer Paralleldarstellung der täglichen Durchschnittswerte für Rohkäsegewicht und Stückgewicht der packreifen Käse, sowie für Milchergiebigkeit und Milcheinsatz über etwa 24 Monate ersichtlich, daß die bisher äußerst unbefriedigende Beherrschung des mittleren täglichen Stückgewichts (Schwankungsbreite mehr als $\pm 3\%$) wegen der kurzfristigen Schwankungen der Milchergiebigkeit auch mittels einer kontrollkartenmäßigen Nachlaufregelung nicht zu verbessern ist.

Daraus folgt die Suche nach einer brauchbaren Analyse zur Vorausbestimmung des stark schwankenden Käsestoffgehaltes der Milch, nach dem die Menge der einzusetzenden Milch und

deren Fettgehalt ausgerichtet werden müssen. Nach dem Ausscheiden zweier Analysenmethoden wegen mangelhafter Reproduzierbarkeit der Meßergebnisse werden mit drei Analysenmethoden großtechnische Käseversuche durchgeführt, in denen der jeweils retrograd ermittelte Käsestoffgehalt der eingesetzten Milch den entsprechenden Analyseergebnissen gegenübergestellt wird. Die Auswertung dieser Wertepaare erfolgt mittels der polynomen, schrittweisen Regressionsanalyse; hier werden auch die Wahl des richtigen Kurventyps, die Zulässigkeit der allgemeinen Potenzfunktion sowie das Problem meßfehlerhafter Erklärungsvariabler in Hinblick auf die Erwartungstreue der Schätzfunktion und die Bestimmung des optimalen Polynomgrades erörtert.

Auf Basis der zu Analysenmethode C gehörigen Regressionsfunktion, die sich mit einem Korrelationskoeffizienten von $r = 0,995$ als sehr voraussagegenau erweist, werden für die Vorgabe des Milcheinsatzes (E_p) und der Fetteinstellung der Käseemilch (FM_p) allgemeine Formeln (5.18 und 5.21) entwickelt. Diese enthalten alle für den Rohstoffeinsatz wesentlichen Konstanten, nämlich die verschiedenen gewünschten mittleren Werte für Stückgewicht (G), Trockenmassegehalt (TM), Fett i.T.-Gehalt (FiT) und Kochsalzgehalt ($NaCl$) sowie die Übergangsrate Milchfett $\rightarrow$ Käse ($\ddot{U}$). Um das Risiko für zu niedrige Voraussagewerte beliebig klein zu halten, sind in die beiden Rohstoffeinsatzformeln auch die Standardfehler der Bestimmungsmethoden für den Käsestoff ($s_{\hat{K}F}$) und für das Milchfett ($s_{\hat{F}M}$) explizit aufgenommen. Diese zunächst kompliziert erscheinenden allgemeinen Rohstoffeinsatzformeln, die für alle Naturkäsesorten gelten, können nach Einsetzen der genannten Konstanten in der Praxis leicht in Form von Tabellen oder Nomogrammen verwendet werden. Durch eine Kombination dieser Rohstoffeinsatzformeln mit einer entsprechenden kontinuierlichen Nachlaufregelung des Gewichtsverlustes innerhalb der 7-tägigen Trocknungsphase wird es möglich sein, die bisherigen Schwankungen der Tagesdurchschnitte von Stückgewicht, Fett i.T.- und Trockenmassegehalt der pack-

reifen Käse auf etwa $1/8$ zu senken.

Der Haupteinflußfaktor für den Reifungsverlauf, der seinerseits Geschmack, Konsistenz und Haltbarkeit des Käses weitgehend prägt, ist der bisher schlecht beherrschbare Käsesäuregrad. In Kapitel 6 soll eine Strukturgleichung entwickelt werden, die angibt, welche Fabrikationsparameter wie zu variieren sind, wenn bei schwankenden und unbeeinflußbaren (milchseitigen) Inputfaktoren die Outputgröße Käsesäuregrad konstant gehalten werden soll. Zur Bestimmung einer solchen Gleichung stehen routinemäßige Fabrikationsaufschreibungen von Säuregrad und 11 potentiellen Einflußvariablen über etwa drei Jahre zur Verfügung. Nach einem kurzen Vergleich der Faktorenanalyse mit der multiplen Regressionsanalyse wird anhand der unbefriedigenden Ergebnisse, die sich bei Verwendung des klassischen multiplen Regressionsansatzes mit 11 Erklärungsvariablen errechnen, der Verfälschungseffekt der Multikollinearität in Bezug auf die Schätzung der partiellen Regressionskoeffizienten diskutiert. Anschließend wird versucht, das bis heute noch nicht endgültig gelöste Problem der Multikollinearität mit Hilfe einer einfachen schrittweisen Regressionsanalyse (IBM-Programm STPRG) in den Griff zu bekommen. Da diese Bemühungen noch nicht zu einer befriedigenden Reduzierung multikollinearer Beziehungen innerhalb der Lösungsgleichung führen, wird ein zweites, relativ aufwendiges Verfahren der schrittweisen Regressionsanalyse (IBM-Programm BMD 02R) eingesetzt. Hierbei können u.a. die Multikollinearität explizit erfaßt und die Originalvariablen so transformiert werden, daß dem differenzierten Suchalgorithmus dieses Programms neben den 11 Originalvariablen weitere 27 durch Transformation gebildete, derivative Erklärungsvariablen zur Auswahl angeboten werden können. Durch laufende systematische Veränderung der Multikollinearitätskontrolle und durch geeignete Wahl der angebotenen Transformationsformen gelingt es schließlich - nach der Berechnung von insgesamt 110 verschiedenen Regressionsgleichungen -, eine nichtlineare multiple Strukturgleichung

zu finden, deren 7 Erklärungsvariable knapp 80% der Gesamtvarianz des Käsesäuregrades erklären können und deren einzelne multiple Regressionskoeffizienten die wahren partiellen Zusammenhänge praktisch unverfälscht wiedergeben. Durch diese Aufdeckung der genauen Wirkungszusammenhänge im Bereich des Käsesäuregrades dürfte sich die Käsequalität merklich steigern lassen.

7.3 Das wirtschaftliche Ergebnis

Abschließend soll überschlägig berechnet werden, um welchen Betrag sich die Rohstoffkosten bei der Camembert- und Brie-käseproduktion - in diese teilen sich in der Bundesrepublik 7 Hersteller mit einem Marktanteil von zusammen 50% und über 100 weitere Erzeuger - unter den gegebenen Umständen mit Hilfe der beschriebenen Qualitätskontrolle senken lassen müßten. Diese Frage läuft auf die Quantifizierung der notwendigen Sicherheitszuschläge hinaus, um welche die Zielmaße, also die gewünschten Mittelwerte der Tagesproduktion, über die bei den Merkmalen Stückgewicht, Trockenmasse- und Fett i.T.-Gehalt gesetzlich vorgeschriebenen Mindestwerte angehoben werden müssen, um das Risiko einer Unterschreitung dieser unteren Toleranzgrenzen klein zu halten. Wenn wir von der Forderung ausgehen, daß höchstens 5% der Käse einer Tagesproduktion diese Mindestwerte unterschreiten dürfen, kommen wir für die untersuchten Produktionen zu den in Tabelle 7-1 angegebenen Sicherheitszuschlägen.

Tabelle 7-1: Die für die untersuchte Produktion notwendigen Sicherheitszuschläge bei der Forderung, daß höchstens 5% der Käse einer Tagesproduktion die vorgeschriebenen Mindestwerte unterschreiten ($u = 1,65$).

Merkmal	Mindestvorschrift bei der untersuchten Produktion m	absoluter notwendiger Sicherheitszuschlag u · s	auf Mindestvorschrift bezogener, relativer notwendiger Sicherheitszuschlag ($u \cdot s/m$) · 100%
Stückgewicht	1000 g	$1,65 \cdot 42,90 = 70,79$ g	7,08%
Trockenmassegehalt	46%	$1,65 \cdot 1,256 = 2,072\%$	4,51%
Fett i.T.-Gehalt	50%	$1,65 \cdot 0,412 = 0,680\%$	1,36%

Wenn wir weiterhin dem Wunsch Rechnung tragen, daß die Vorgabewerte für den Milcheinsatz (E_p) und den MilCHFettgehalt (FM_p), die über die entwickelten Rohstoffeinsatzformeln mit einem relativen Standardfehler von $CV \approx 0,27\%$ geschätzt werden, nur mit einem Risiko von 5% zu niedrig ausfallen, liegen die ermittelten Vorgabewerte im langfristigen Durchschnitt um $1,65 \cdot 0,27\% = 0,45\%$ zu hoch. Um diesen impliziten Zuschlag werden also die in Tabelle 7-1 aufgeführten Sicherheitszuschläge erhöht, und zwar nicht nur beim Fett i.T.-Gehalt, sondern auch beim Trockenmassegehalt, wenn durch die beschriebene Nachlaufregelung des Trocknungsverlustes das tagesdurchschnittliche Stückgewicht des packreifen Käses konstant gehalten wird. Damit gelangen wir zu den Sicherheitszuschlägen, die in der auf Tabelle 2-2 aufbauenden Tabelle 7-2 enthalten sind.

Tabelle 7-2: Überschlägige Berechnung der Rohstoffkostensparnis, die sich bei der Camembert- und Briekäseherstellung in der Bundesrepublik bei Anwendung der Qualitätskontrolle jährlich erreichen lassen müßte.

Merkmal	aus 400 Käsen verschiedener Hersteller in der BRD ermit- telter durch- schnittlicher Sicherheits- zuschlag %	bei Anwendung der Qualitäts- kontrolle not- wendiger Sicher- heitszuschlag %	Differenz zw- schen dem er- mittelten und notwendigen Sicherheitszu- schlag %	Rohstoffkosten für 1% Zuschlag DM	mögliche Roh- stoffkosten- ersparnis bei Anwendung der Qualitätskon- trolle DM
Stückgewicht	19,54	7,08	12,46	1,5 Mio.	18,7 Mio.
Trockenmasse- gehalt	7,13	4,96	2,17	3 Mio.	6,5 Mio.
Fett i.T.-Gehalt	6,61	1,81	4,80	0,7 Mio.	3,2 Mio.
Insgesamt	.	.	.	.	28,4 Mio.

Danach ergibt sich, daß sich die jährlichen Gesamtkosten für die effektiven Sicherheitszuschläge von ca. 55 Mio. DM (siehe Tabelle 2-2) bei der Camembert- und Brie-Käseproduktion in der Bundesrepublik durch Anwendung der Qualitätskontrolle um ca. 28 Mio. DM, also um mehr als 50% senken lassen müßten. Für einzelne Großbetriebe würde das eine Rohstoffkostenersparnis von mehreren Millionen DM bedeuten. Darin ist der Wert der zusätzlich erreichbaren Steigerung der Käsequalität hinsichtlich Geschmack, Konsistenz und Haltbarkeit, deren Verbesserungen schwer quantifizierbar sind, noch nicht enthalten.

Durch dieses wirtschaftliche Resultat wird die auch in Fachkreisen weitverbreitete Ansicht, daß bei komplexen Stoffumwandlungsprozessen der Einsatz der Statistischen Qualitätskontrolle kaum erfolgversprechend sei, exemplarisch widerlegt.

Symbolverzeichnis zu Abschnitt 5.3

(insbesondere zu den Rohstoffeinsatzformeln 5.18 und 5.21)

FM_P	= Vorgabewert für die Fetteinstellung der Käseireimilch [%];
E_P	= Vorgabewert für den Milcheinsatz pro Stück Käse [kg];
G	= gewünschtes mittleres Stückgewicht [kg];
TM	= gewünschter mittlerer Trockenmassegehalt im Käse [%];
$NaCl$	= gewünschter mittlerer Kochsalzgehalt im Käse [%];
FiT	= gewünschter mittlerer Fett i.T.-Gehalt im Käse [%];
$\ddot{U}$	= ÜbergangsrateMilchfett $\rightarrow$ Käse [$\ddot{U} < 1$];
$s_{FM}^{\wedge}$	= Standardfehler der Fettbestimmungsmethode in Milch [%];
w	= Anzahl der Parallelmessungen bei der Fettbestimmung;
KF'	= Schätzwert für Käsestoffgehalt der Milch ($KF' = 3,11560 \cdot \frac{e}{e} - 0,19096$ [%]; vgl. Formel 5.15);
$s_{KF}^{\wedge}$	= Standardfehler der Methode für die Bestimmung des Käsestoffgehaltes der Milch $(s_{KF}^{\wedge} = 0,03023 \cdot \sqrt{0,141196 + (\frac{e}{e} - 1,0)^2}$ [%]; vgl. Formel 5.16);
e	= mit Analysenmethode III gemessener Ergiebigkeitswert;
$\bar{e}$	= Konstante = arithmetisches Mittel aus den $n = 100$ Versuchen, auf denen die Regressionsfunktion für KF' basiert;
u	= Tabellenwert für die Normalverteilung, der die Wahrscheinlichkeit der Unterschätzung von FM_P bzw. E bestimmt ($u = 1,65$ bei $\alpha = 0,05$ einseitig!). ¹⁾ ^p

1) $s_{KF}^{\wedge}$ ist genau genommen t-verteilt mit $n = 2$ Freiheitsgraden, da in unserem Fall $n = 100$, kann die Student-Verteilung jedoch praktisch ohne Fehler durch die Normalverteilung ersetzt werden (vgl. z. B. DUNCAN, A.J., a.a.O., S. 694f.).

LITERATURVERZEICHNIS

- ANDERSON, O.: Probleme der Statistischen Methodenlehre, 5. Aufl., Physica-Verlag, Würzburg 1965.
- BEHNKE, H./REMMERT, R./STEINER, H.-G./TIETZ, H.: Mathematik I, in der Reihe: Das Fischer Lexikon, Fischer Bücherei K.G., Frankfurt/M. 1964.
- BEYER, W.H. (Editor): Handbook of Tables for Probability and Statistics, 2nd ed., published by The Chemical Rubber Co., Cleveland, Ohio 1968.
- BLEYMÜLLER, J.: Statistische Methoden; in: Handwörterbuch des Rechnungswesens (Hrsg.: E. KOSIOL), Poeschel Verlag, Stuttgart 1970, Spalte 1110-1122.
- BRÖTZ, W.: Grundriß der chemischen Reaktionstechnik, Beltz, Weinheim/Bergstr. 1958.
- BRONSTEIN, J.N./SEMENDJAJEW, K.A.: Taschenbuch der Mathematik, 7. Aufl., Verlag Harri Deutsch, Zürich/Frankfurt/M. 1967.
- CHEW, V.: Experimental Designs in Industry, Wiley & Sons, Chapman & Hall, New York/London 1958.
- COCHRAN, W.G./COX, G.M.: Experimental Designs, 2nd Ed., John Wiley & Sons Inc., New York/London/Sydney 1957.
- DIXON, W.J. (Editor): BMD Biomedical Computer Programs, Student Stove, Ucla 1966.
- DUNCAN, A.J.: Quality Control and Industrial Statistics, 3. Aufl., R.D. Irwin Inc., Homewood Illinois 1965.
- EUGLING, S./WEIGMANN, H.: Handbuch der praktischen Käserei, 3rd ed., Verlag Paul Parey, Berlin 1923.
- EZEKIEL, M./FOX, K.A.: Methods of Correlation and Regression Analysis, 3rd ed., Wiley & Sons Inc./Chapman & Hall Ltd., New York/London 1959.
- FEIGENBAUM, A.V.: Total Quality Control, Mc Graw-Hill Inc., New York 1961.
- FERGUSON, G.A.: Statistical Analysis in Psychology and Education, 2nd ed., Mc Graw-Hill Inc., New York 1966.

- FLECHTNER, H.-J.: Grundbegriffe der Kybernetik, 4. Aufl., Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft m.b.H., Stuttgart 1969.
- FLEISCHMANN, W./WEIGMANN, H.: Lehrbuch der Milchwirtschaft, 7. Aufl., Verlag Paul Parey, Berlin 1932.
- FÖRSTER, E./EGERMAYER, F.: Korrelations- und Regressionsanalyse, Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1966.
- FRISCH, R.: Statistical Confluence Analysis by Means of Complete Regression Systems, Publikation Nr. 5 des Universitets Økonomiske Institutt, Oslo 1934.
- GÄLWEILER, A.: Produktionskosten und Produktionsgeschwindigkeit, Verlag Gabler, Wiesbaden 1960.
- GOLDBERGER, A.S.: Topics in Regression Analysis, The Macmillan Company/Collier-Macmillan Ltd., New York/London 1968.
- GÜLICHER, H.: Hilfsblätter zur Statistik für Wirtschafts- und Sozialwissenschaftler II, Münster 1970.
- GUENTHER, W.C.: Analysis of Variance, Prentice Hall, Englewood-Cliffs 1964.
- GUTENBERG, E.: Die Produktion, 11. Aufl., Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1965.
- HALD, A.: Statistical Theory with Engineering Applications, 6. Aufl., Wiley & Sons Inc., New York 1965.
- HEINEN, E.: Betriebswirtschaftliche Kostenlehre, Bd. I, 2. Aufl., Verlag Gabler, Wiesbaden 1965.
- HENGLEIN, F.A.: Grundriß der chemischen Technik, 5. Aufl., Beltz, Weinheim/Bergstr. 1949.
- HOCHSTÄDTER, D./UEBE, G.: Ökonometrische Methoden, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1970.
- HUITSON, A.: The Analysis of Variance; in: Griffin's Statistical Monographs & Courses, M.G. KENDALL (Editor), Griffin & Co. Ltd., London 1965.
- IBM Application Program, System/360 Scientific Subroutine Package (SSP) (360-CM-03X) Version III Programmer's Manual.
- JAHN, W./VAHLE, H.: Die Faktoranalyse und ihre Anwendung, Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1970.

- JOHNSTON, J.: Econometric Methods, Mc Graw-Hill Book Comp. Inc., New York 1963.
- KELLERER, H.: Statistik im modernen Wirtschafts- und Sozialleben, Rowohlts Deutsche Enzyklopädie, München 1960.
- KELLERER, H.: Theorie und Technik des Stichprobenverfahrens, 3. Aufl., Einzelschrift der Deutschen Statistischen Gesellschaft Nr. 5, München 1963.
- KÖLBEL, H.: Forschungsaufgabe in der Technischen Chemie; in: DECHEMA-Monographien, Bd. 38, Beltz, Weinheim/Bergstr. 1960.
- KREYSZIG, E.: Statistische Methoden und ihre Anwendungen, 2. Aufl., Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1967.
- LINDER, A.: Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure, 3. Aufl., Birkhäuser Verlag, Basel/Stuttgart 1960.
- MANGOLDT, H.v./KNOPP, K.: Einführung in die höhere Mathematik, 3. Bd., 12. Aufl., S. Hirzel Verlag, Stuttgart 1965.
- MARCH, J.G./SIMON, H.A.: Organizations, John Wiley & Sons Inc., New York 1958, S
- MENGES, G.: Ökonometrie; in: Die Wirtschaftswissenschaften, Reihe B, Nr. 20 (Hrsg. E. GUTENBERG), Wiesbaden 1961.
- MOOD, A.M./GRAYBILL, F.A.: Introduction to the Theory of Statistics, 2nd ed., Mc Graw-Hill Book Co. Inc., New York 1963.
- NOBLE, B.: Numerisches Rechnen, Bibliographisches Institut, Mannheim 1964.
- PFANZGAGL, J.: Allgemeine Methodenlehre der Statistik II, 4. Aufl., Sammlung Göschen, Bd. 746/746a, Berlin 1967.
- RALSTON, A./WILF, H.S.: Mathematische Methoden für Digitalrechner, Bd. I, R. Oldenbourg-Verlag, München 1967.
- RIEBEL, P.: Industrielle Erzeugungsverfahren in betriebswirtschaftlicher Sicht; in: Die Wirtschaftswissenschaften (Hrsg.: E. GUTENBERG), Reihe A, Verlag Gabler, Wiesbaden 1963.
- RIEDEL, W.: Handbuch der Käserei, Milchwirtschaftlicher Verlag Karl Mann, Hildesheim 1952.
- ROEDER, G.: Grundzüge der Milchwirtschaft und des Molke-reiwesens, Verlag Paul Parey; Hamburg/Berlin 1954.

- SACHS, L.: Statistische Anwendungsmethoden, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1968.
- SCHAAFSMA, A.H./WILLEMZE, F.G.: Moderne Qualitätskontrolle, 4. Aufl., Philips Technische Bibliothek, Eindhoven 1964.
- SCHEFFÉ, H.: The Analysis of Variance, John Wiley & Sons Inc., New York 1959.
- SCHINDOWSKI, E./SCHÜRZ, O.: Statistische Qualitätskontrolle, 4. Aufl., VEB Verlag Technik, Berlin 1965.
- SCHULZ, M.: Molkerei-Lexikon, 2. Aufl., Verlag Deutsche Molkereizeitung, Kempten 1944.
- SCHULZ, M.E./KAY, H.: Käse-Tabellen, Eiweißtiter-Fetteinstellung-Sollausbeute, 2. Aufl., Milchwirtschaftlicher Verlag Th. Mann KG., Hildesheim 1957.
- SIMON, H.A.: Administrative Behavior, 2nd ed., The Macmillan Comp., New York 1959.
- SMILLIE, K.W.: An Introduction to Regression and Correlation, The Ryerson Press, Academic Press, Toronto/London/New York 1966.
- SNEDECOR, G.W./COCHRAN, W.G.: Statistical Methods, 6th ed., The Iowa State University Press, Ames 1967.
- STRAUCH, H.: Statistische Güterüberwachung, Hanser-Verlag, München 1956.
- TINTNER, G.: Handbuch der Ökonometrie; in: Enzyklopädie der Rechts- und Staatswissenschaft, begr. von F.v. LISZT und W. KASKEL (Hrsg. W. KUNKEL, H. PETERS u. E. PREISER), Abteilung Staatswissenschaft, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960.
- ÜBERLA, K.: Faktorenanalyse, Springer-Verlag, Heidelberg/New York 1968.
- WEBER, E.: Grundriß der biologischen Statistik - Anwendung der mathematischen Statistik in Naturwissenschaft und Technik, 6. Aufl., G. Fischer-Verlag, Stuttgart 1967.
- WEISS, H.: Planung, Durchführung und Auswertung balancierter Beobachtungsexperimente, Physica-Verlag, Würzburg 1969.
- YAMANE, T.: Statistics, an Introductory Analysis, Harper & Row, New York 1964.

2. Aufsätze, Artikel und Tagungsberichte

- BALATONI, M./SZABO, G.: Control of Acid Development during Cheese Manufacturing; in: International Dairy Congress, Section B, Copenhagen 1962, S. 862-872.
- BELITZ, H.-D.: Die biochemische Erforschung der Milch; in: Umschau in Wissenschaft und Technik, 15. April 1966, S. 245-249.
- BERGMANN, T./JOSST, K.: Ausbeuteformeln für "55+" -, "60+" - und kittbehandelte (Tilsiter) Käse; in: Mitteilungen Nr. 70 des Reichsverbandes Schwedischer Molkereien, Produktionstechnische Abt., Stockholm 1962, S. 1-12.
- COCHRAN, W.G.: Analysis of Covariance - its Nature and Uses; in: Biometrics, Sept. 1957, S. 261-281.
- COCHRAN, W.G.: Some Consequences when the Assumption for the Analysis of Variance are not satisfied; in: Biometrics, March 1947, S. 23-38.
- DAEVES, K.: Anwendung statistischer Unterlagen für Betriebsüberwachung und Forschung; in: Stahl und Eisen, Bd. 43 April 1923, S. 462-466.
- DAEVES, K.: The Utilization of Statistics; in: Testing, Vol. 1, March 1924, S. 173-189.
- DE FIGUEIREDO, M.: Total Quality Control in the Baking Industry; in: Technical Conference Transactions, Annual Convention of the American Society for Quality Control, New York New York 1966, S. 853-855.
- DODGE, H.F.: Using Inspection Data to Control Quality; in: Manufacturing Industries, Vol. 16 (1928), S. 517-519, 613-615.
- DODGE, H.F./ROMIG, H.G.: Statistical Aspects of Sampling Inspection Plans; in: Mechanical Engineering, Oct. 1935, S. 645-646.
- EISENHART, C.: The Assumptions Underlying the Analysis of Variance; in: Biometrics, March 1947, S. 1-21.
- ENDERLEIN, G.: Die Kovarianzanalyse; in: Regressionsanalyse und ihre Anwendung in der Agrarwirtschaft, Vorträge des 2. Biometrischen Seminars für die wissenschaftlichen Mitarbeiter der Deutschen Akademie der Landwirtschaftswissenschaften, Berlin, März 1965, Hrsg.: DDR, Deutsche Akademie der Landwirtschaftswissenschaften zu Berlin, Tagungsbericht Nr. 87, Berlin 1967, S. 101-132.

- FRANCK, H.H.: Chemische Verfahrenstypen und ihre Apparatur; in: AICHEM-Jahrbuch 1926/27, S. 136.
- FREEMAN, H.A.: Statistical Methods for Quality Control; in: Mechanical Engineering, April 1937, S. 261.
- GOUBEAUD, F.: Qualitätsbewertung - Steuerung - Sicherung; in: Qualitätskontrolle, März 1964, S. 23-28.
- GRANT, E.L./BELL, L.F.: Some Economic Aspects of Quality Standards; in: Annual Convention Transactions, 14-th Annual Convention of the American Society for Quality Control, Cleveland Ohio, Edwards Brothers Inc., Ann Arbor Michigan 1960, S. 231-236.
- HÄHNE, G.: Statistische Qualitätskontrolle - neue Geräte für ihre Durchführung; in: Qualitätskontrolle, März 1966, S. 29-31.
- HARRISON, S.: The use of Statistics in Food Processing; in: National Convention Transactions, Annual Convention of the American Society for Quality Control, Syracuse New York, S. 121-128.
- HICKS, C.R.: The Analysis of Covariance; in: Industrial Quality Control, Dec. 1965, S. 282-286.
- JOOST, K.: Einstellung des Fettgehalts der Käseereimilch; in: Mitteilungen Nr. 71 des Reichsverbandes Schwedischer Molkereien, Produktionstechnische Abt., Stockholm 1962, S. 1-14.
- JURAN, J.M.: Goals for Quality Management in the Next Decade; in: Industrial Quality Control, May 1962, S. 9-15.
- KAY, H.: Standardisierung der Fett i.T.-Einstellung und der Käseereiausbeute; in: Rationalisierung durch Standardisierung in der Käseerei, Sonderdruck aus der Molkerei- und Käseerei-Zeitung Hildesheim, 7. Jg., Nr. 17, 18 und 20, 1956, S. 9f.
- KELCH, E./MÜLLER, H./WASCHKAU, H.: Die Multikollinearität bei regressions-theoretischen Untersuchungen in der Land- und Nahrungsgüterwirtschaft (I); in: Statistische Praxis, 1, 1970, S. 41-46.
- KENDALL, M.G.: Factor Analysis, Part I. Factor Analysis as a Statistical Technique; in: Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 12, 1950, S. 60-73.
- KERN, W.: Wirtschaftliche Fertigungsüberwachung durch statistische Qualitätskontrollen; in: Zeitschrift für Handelswissenschaftliche Forschung, 13. Jg., 1961, S. 269-286.

- KLEIN, H.: Über die Streugrenzen statistischer Verteilungskurven; in: Mitteilungsblatt für mathematische Statistik (6) 1954, S. 140-163.
- LABUSCHAGNE, J.H.: The Reliability of the Relationship between certain Milk Constituents and Cheese Yields; in: Dairy Science Abstracts, Feb. 1967, S. 80.
- LANG, R.: Zur Auswertung von schiefen Verteilungen mit einer festen Grenze; in: Qualitätskontrolle, September 1959, S. 99-103.
- LAUENSTEIN, G.: Regressionsanalyse und Multikollinearität; in: Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule für Chemie, Leuna-Merseburg 1966, S. 265-270.
- LJUNGGREN, B./LINDQVIST, B.: Der Zusammenhang zwischen verschiedenen Methoden zur Proteinbestimmung in Milch; in: International Dairy Congress, Section B, München 1966, S. 169-175.
- MATT, G.: Bestimmung statistisch gesicherter Koeffizienten bei der exponentiellen Ausgleichung (Exponential Smoothing); in: Unternehmensforschung, Bd. 10., 1966, S. 15-31.
- MATT, G.: Die schrittweise Regressionsanalyse und ihre Anwendungsmöglichkeit im kaufmännischen Bereich; in: Ablauf- und Planungsforschung (Operational Research), Bd. 4, Heft 4, 1963, S. 254-263.
- o.V.: Begriffserläuterungen; in: Qualitätskontrolle, November 1963, S. 134-140.
- PASSMANN, W.: Korreferat zum Vortrag HÖLZ, R.: Die rationelle Meßwerteerfassung und -verarbeitung in der Praxis; in: Statistische Qualitätskontrolle, Mai 1962, S. 53-57.
- PRICE, W.V./BUYENS, H.J.: Brick Cheese:pH, Moisture, and Quality Control; in: Dairy Science Abstracts, Apr. 1967, S. 192.
- RAADSVELD, W.: Factoren welke van invloed zijn op de kaasrijping; in: Off. Org. Nederl. Zuivelbond, 28 (1953), S. 475-477.
- RENNER, E./SCHUSTER, J./KIERMEIER, F.: Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen den Bestandteilen der Kesselmilch und denen des Käses; in: Milchwissenschaft, Heft 9, 1966, S. 551-556.
- RENSING, L.: Über Rhythmen in Biologie und Regeltechnik; in: Naturwissenschaft und Medizin, 5 (1968) Nr. 21, S. 37-43.

- REYNOLDS, E.A.: Starting Improved Quality Control; in: Industrial Quality Control, Jan. 1966, S. 336-340.
- RIEBEL, P.: Mechanisch-technologische und chemisch-technologische Industrien in ihren betriebswirtschaftlichen Eigenarten; in: Zeitschrift für Handelswissenschaftliche Forschung, 6. Jg. 1954, S. 413-431.
- RITTER, W./HÄNNI, H./GERBER, H.: Untersuchungen über Zusammenhänge zwischen pH, Milchsäuregehalt und Titrationsacidität bei Käse; in: International Dairy Congress, Section D, München 1966, S. 373-378.
- ROHSE, D./MAIR-WALDBURG, H.: Beziehung zwischen Säuregrad packreifer Käse (Camembert 45% und 50% Fett i.T.) und ihre Qualität und Lagerung; in: International Dairy Congress, Section B, Kopenhagen 1962, S. 861-866.
- SATTERTHWAITE, F.E.: An Approximate Distribution of Estimates of Variance Components; in: Biometrics, December 1946, S. 110-114.
- SCHULZ, M.E.: Erfolgssicherung durch Standardisierung der Käseherstellung; in: Rationalisierung durch Standardisierung in der Käserei, Sonderdruck aus der Molkerei- und Käserei-Zeitung, Hildesheim, 7. Jg., Nr. 17, 18 und 20, 1956, S. 2.
- SCHULZ, M.E.: Grundbegriffe der Labgerinnung und der Käsestruktur; in: Rationalisierung durch Standardisierung in der Käserei, Sonderdruck aus der Molkerei- und Käserei-Zeitung Hildesheim, 7. Jg., Nr. 17, 18 und 20, 1956, S. 12f.
- SHEWHART, W.A.: Finding Causes of Quality Variations; in: Manufacturing Industries, Feb. 1926, S. 125-128.
- SHEWHART, W.A.: Quality Control Charts; in: Bell System Technical Journal, Oct. 1926, S. 593-603.
- SHEWHART, W.A.: Some Aspects of Quality Control; in: Mechanical Engineering, Dec. 1934, S. 725-730.
- SMITH, B.E.: The Economics of Sampling Inspection; in: Industrial Quality Control, March 1965, S. 453-458.
- SMITH, H.F.: Interpretation of Adjusted Treatment Means and Regressions in Analysis of Covariance; in: Biometrics, June 1957, S. 282-308.

STANGE, K.: Statistische Verfahren im Betrieb zur Überwachung, Prüfung und Verbesserung der Qualität; in: Allgemeines Statistisches Archiv, Bd. 49, 1965, S. 14-46.

STRAUCH, H.: Die Anwendung der statistischen Methode in der modernen wissenschaftlichen Betriebsführung; in: Qualitätskontrolle, Juli 1961, S. 72-77.

STRAUCH, H.: Dr.-Ing. Karl Daeves 70 Jahre alt; in: Qualitätskontrolle, April 1963, S. 40-42.

STRAUCH, H.: Kontrolle der Qualitätskosten; in: Qualitätskontrolle, Juni 1964, S. 72-73.

WARD, R.V.: Statistical Quality Control in the Chemical Industry; in: Industrial Quality Control, July 1963, S. 4-8.

WEICHSELBERGER, K.: Über ein graphisches Verfahren zur Trennung von Mischverteilungen und zur Identifikation kuppierter Normalverteilungen bei großem Stichprobenumfang; in: Metrika (4) 1961, S. 178-229.

3. Sonstiges

Käseverordnung vom 24. Juni 1965 (Bundesanzeiger Nr. 118 vom 30. Juni 1965) in der Fassung der Verordnung zur Änderung der Käseverordnung vom 7. September 1966 (Bundesanzeiger Nr. 182 vom 28. September 1966).

LEBENS LAUF

Am 24. Juni 1941 wurde ich, Tilman Hoefelmayr, als einziges Kind des Kaufmanns Karl Hoefelmayr und seiner Ehefrau Anne-lore, geb. Weixler, in Kempten/Allgäu geboren. Ich besitze die deutsche Staatsangehörigkeit.

Von 1947 bis 1951 ging ich in Kempten zur Volksschule. Anschließend wurde ich in das Humanistische Gymnasium, Kempten aufgenommen, wo ich am 13. Juli 1960 die Reifeprüfung ablegte. Die Ferien meiner Gymnasialzeit verbrachte ich vom 12. Lebensjahr an im Rahmen von Austauschprogrammen häufig in Frankreich, um auch Französisch zu lernen.

Nach dem Abitur beteiligte ich mich - mehrmonatige kaufmännische Praktika in Nürnberg und Stuttgart hinter mich gebracht - am Aufbau einer Camembertkäse-Fabrik in Süd-Irland. Dabei lernte ich insbesondere auch die Probleme der Käseherstellung im einzelnen kennen.

Zum Sommersemester 1961 immatrikulierte ich mich bei der Rechts- und Staatswissenschaftlichen Fakultät der Universität München. Nach weiteren Irlandbesuchen, einem einsemestrigen Überwechseln an die Freie Universität Berlin und einem dreimonatigen Studienaufenthalt in den U.S.A. legte ich im Frühjahr 1966 in München mein Examen als Diplom-Kaufmann mit gutem Erfolg ab.

Im Hinblick auf meine Promotion schrieb ich mich im Wintersemester 1966/67 und Sommersemester 1967 bei der Rechts- und Staatswissenschaftlichen Fakultät der Universität Münster ein und studierte anschließend in einem Einführungssemester Allgemeinen Maschinenbau an der Technischen Hochschule München.

Die eigentlichen Arbeiten zur Promotion begann ich, nachdem ich vom Sommer 1966 bis zum Frühjahr 1969 für das elterliche Unternehmen tätig war, als freier Mitarbeiter bei Professor Dr. J. Bleymüller am Institut für Ökonometrie und Wirtschaftsstatistik der Universität Münster.

